UNIDAD 2

UTILICEMOS EL CONTEO

<table>
<tr><td></td><td>COMPLEJO EDUCATIVO CANTON TUTULTEPEQUE
GUION DE CLASE

Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.</td><td>Grado: 2º año de bachillerato A y B
Asignatura: Matemática
Tiempo: _______________
Periodo: _______________</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>UNIDAD 2. UTILICEMOS EL CONTEO
Objetivo de unidad: Aplicar procedimientos de ordenamiento y conteo para determinar el número de formas diferentes de seleccionar grupos de objetos de un conjunto dado y aplicarlas en la resolución de problemas de la vida cotidiana.</td><td>Metodología:
La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.</td></tr>
</table>

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
1. Técnicas de conteo. *1.1 Diagrama de árbol* • *utilidad* • *características*	✓ *Determinación y representación, mediante diagrama de árbol, de los resultados de una serie de eventos aleatorios.* ✓ *Resolución de problemas aplicando el diagrama de árbol.*	✓ *Representa con orden y seguridad en un diagrama de árbol los resultados de una serie de eventos* ✓ *Seguridad al resolver problemas aplicando el diagrama de árbol.*
1.2 Principio de multiplicación: m x n. *(Total de maneras en que pueden presentarse A y B, siendo A y B dos sucesos que deben ocurrir simultáneamente)*	✓ *Deducción, utilización y explicación del principio de multiplicación para el cálculo de la posibilidad de ocurrencia de dos o más eventos aleatorios.* ✓ *Resolución de problemas utilizando el principio de la multiplicación.*	✓ *Deduce, utiliza y explica con autonomía y confianza el principio de multiplicación.* ✓ *Seguridad al resolver problemas utilizando el principio de la multiplicación.*
1.3 Principio de suma: m + n *(Total de maneras en que pueden ocurrir A o B, siendo A y B dos sucesos que no pueden ocurrir simultáneamente)*	✓ *Deducción, utilización y explicación del principio de suma para el cálculo de la posibilidad de ocurrencia de dos o más eventos aleatorios.* ✓ *Cálculo de la probabilidad de dos eventos excluyentes utilizando el principio de la suma.* ✓ *Resolución de problemas utilizando el principio de la suma.* ✓ *Resolución de problemas aplicados al entorno que combinen ambos principios: multiplicación y suma.*	✓ *Deduce, utiliza y explica con autonomía y confianza el principio de suma.* ✓ *Utiliza con interés y confianza el principio de la suma para el cálculo de al menos dos eventos simultáneos y excluyentes.* ✓ *Seguridad al resolver problemas utilizando el principio de suma.* ✓ *Interés y confianza al resolver problemas del entorno en que se apliquen los principios de la multiplicación y la suma.*

<table>
<tr><td>Objetivo: que el alumno sea capaz de:
✓ Determinar y Representar, mediante diagrama de árbol, los resultados de una serie de eventos aleatorios.
✓ Resolver problemas aplicando el diagrama de árbol.</td><td>Material de Apoyo
• Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.
• Matemática 2º año de bachillerato Santillana (pioneros)</td></tr>
<tr><td>Indicadores de logro.
✓ Determina y representa con seguridad y orden, mediante diagrama de árbol, los resultados de una serie de eventos aleatorios.
✓ Resuelve problemas utilizando el principio de la multiplicación y principio de la suma con seguridad y precisión.
✓ Resuelve con interés y confianza problemas del entorno que involucren la aplicación combinada de los principios de multiplicación y suma.</td><td>Evaluación:
Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.
✓ Orden y aseo 5%
✓ Puntualidad 5%
✓ Desarrollo correcto 90%</td></tr>
</table>

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 1. Técnicas de Conteo.

Desde los inicios de las primeras civilizaciones, el hombre ha buscado la manera de entender y explicar de alguna forma, los fenómenos que rodean su exterior. En ese afán por tratar de comprender su exterior, busca la manera de cuantificar el número de resultados que puede generar un fenómeno.

Los métodos de conteo aparecen como un conjunto de herramientas matemáticas que el hombre crea, para determinar de alguna manera, el número de resultados que puede generar un fenómeno. En probabilidad es necesario saber "Contar" el número de resultados de un experimento o contar el número de resultados que son favorables a un evento dado. Para lograr este objetivo se utilizan los métodos de conteo los cuales se basan en dos principios fundamentales: "Principio de Adición" y "Principio de Multiplicación", los cuales a su vez, están soportados sobre un diagrama elemental, llamado "Diagrama de Árbol".

1.1 Diagramas de árbol

Un diagrama de árbol es una herramienta gráfica que permite enumerar todas las posibles maneras de realizar un conjunto de acciones secuenciales o independientes.

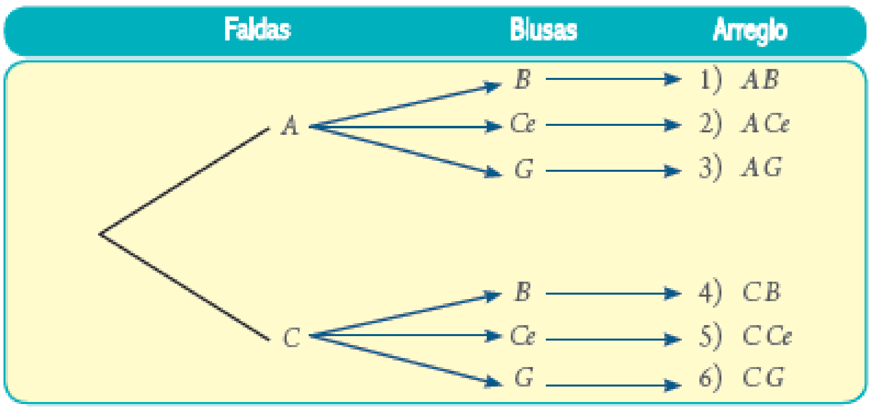
El árbol se construye a partir de un nodo, que representa la primera acción a efectuar; de éste se desprenden tantas ramas como maneras diferentes se pueda realizar esa acción; en las terminales de cada rama se dibujan otros nodos, que representan la segunda acción a efectuar y de los que se desprenden tantas ramas como maneras lógicas diferentes pueda realizarse esa segunda acción, considerando la manera en que se realiza la primera. Y así, sucesivamente.

Ejemplo 1. Combinar Prendas

Para ir a trabajar, Sonia dispone de dos faldas y tres blusas. Si quisieras enumerar las formas o arreglos con los cuales Sonia se viste, existe una herramienta que te permite encontrarlos con facilidad. Esta herramienta recibe el nombre de diagrama de árbol. ¿En qué consiste el diagrama de árbol? La respuesta a esta pregunta te la mostramos en los siguientes ejemplos.

Sonia dispone de 2 faldas: 1 azul (A), y una café (C), además de tres blusas: una blanca (B), una celeste (Ce) y una gris (G). Sea E1 el experimento de calcular el número de formas en que Sonia puede vestirse con blusa y falda. Muestre las distintas formas en que Sonia puede vestirse y enumérelas.

Para encontrar o enumerar los arreglos que resultan construimos el diagrama de árbol. Partimos de un punto cualquiera; de él sacamos dos ramas, una para cada falda: azul o café. De cada falda sacamos tres ramas para cada blusa: blanca, celeste o gris. Si Sonia elige la falda azul (A), la blusa puede ser blanca (B) y el arreglo es A B. Si elige la falda A y la blusa Ce, el arreglo es A Ce. Siguiendo este procedimiento obtienes las seis maneras.

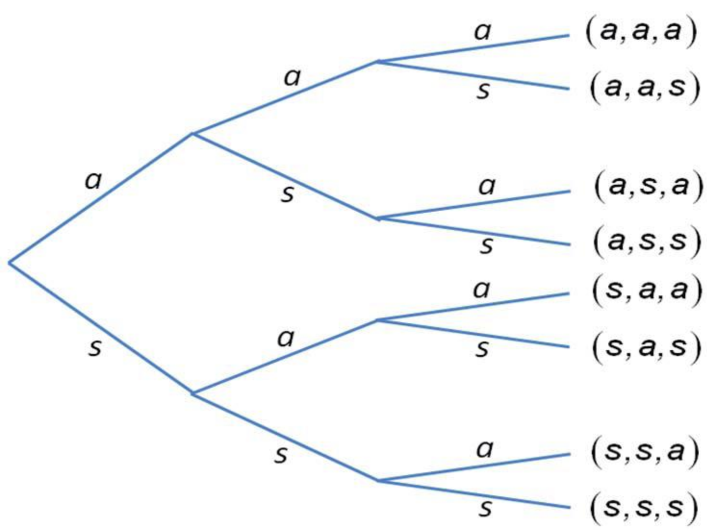


La situación corresponde a una regla que se conoce como "principio de la multiplicación"
Nº total de maneras = 2 × 3 = 6

Ejemplo 2. MONEDAS.

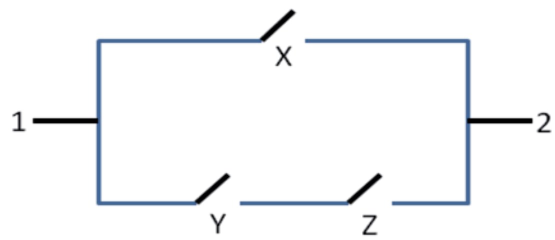
Considere el experimento E2 de lanzar una moneda tres veces consecutivas y observar, cada vez, el lado de la moneda que queda hacia arriba.
La primera vez que se lanza la moneda, el lado que queda hacia arriba puede ser águila o sol; la segunda vez que se lanza, también el lado que queda hacia arriba puede ser águila o sol, sin importar lo que haya caído la primera vez; lo mismo puede ocurrir la tercera vez que se lanza la moneda.
Entonces, el diagrama de árbol correspondiente es:

El número de maneras en que puede caer la moneda tres veces consecutivas es: 2x2x 2 = 8



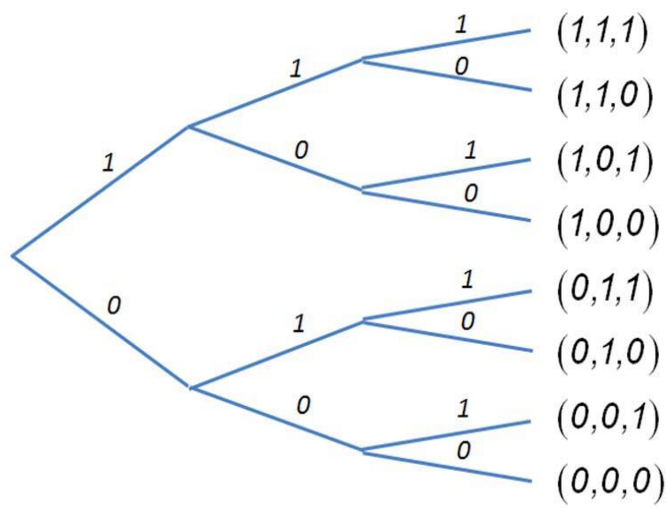
Ejemplo 3. CIRCUITO ELÉCTRICO.

En el circuito mostrado en la siguiente figura, la corriente fluye de la terminal 1 a la terminal 2, siempre que el interruptor X esté cerrado, o que los interruptores Y y Z, ambos estén cerrados.



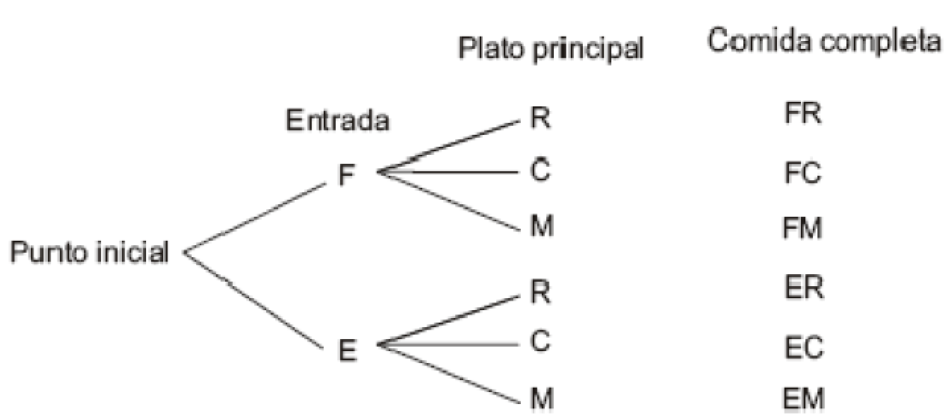
Sea el experimento E3 consistente en observar el funcionamiento de los tres interruptores, simultáneamente. Construya el diagrama de árbol asociado a tal experimento.
El funcionamiento de cada interruptor es independiente del funcionamiento de los otros dos, por lo que cada interruptor puede presentar uno de dos estados: 0, abierto o 1, cerrado. Entonces, el diagrama de árbol correspondiente es:

El número de maneras diferentes en que se pueden comportar los tres interruptores es: 2x2x 2 = 8



Problema 4. Menú en el Restaurante.

La carta de un restaurante ofrece a selección fruta (F) o ensalada (E) para empezar y carne de res (R), de cerdo (C) o mariscos (M), como plato principal. La comida completa consta de dos platos elegidos de cada una de las dos clases. Sea E4 el experimento de formar diferentes menús ¿De cuántas maneras se puede pedir una comida completa? Observa el siguiente diagrama de árbol.



En este caso se tienen 2 x 3 = 6 formas de ordenar una comida completa.
El procedimiento descrito hasta ahora conoce con el nombre de principio fundamental del conteo o principio de la multiplicación.

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 1.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Construya un Diagrama de Árbol para expresar la solución de cada problema. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

Ejemplo 1.
Si un hombre tiene dos camisas y cuatro corbatas ¿De cuántas formas diferentes puede elegir una camisa y una corbata?

Ejercicio 2.
Un producto se arma en tres etapas. En la primera etapa hay 3 líneas de armado, en la segunda, 2 líneas de armado y en la tercera, 2 líneas de armado. ¿De cuántas formas puede moverse el producto en el proceso de armado?

Ejercicio 3.
Un vendedor de automóviles nuevos quiere impresionar a sus clientes potenciales con la cantidad posible de diferentes combinaciones de que se dispone. Un modelo presenta tres tipos de motores, dos transmisiones, 3 colores de carrocería y dos colores de interiores, ¿cuántas posibilidades de elección existen respecto a estas opciones?

Ejercicio 4.
Un empleado de banco que va todos los días a su oficina en automóvil puede llegar desde su casa hasta la autopista por tres rutas diferentes. Luego, puede tomar tres caminos distintos para ir de la autopista al centro de la ciudad, y del centro de la ciudad hasta el parqueadero donde guarda su automóvil puede ir por dos rutas. ¿Cuántas rutas diferentes puede tomar el empleado para ir a su oficina?

ANTES DE EMPEZAR.

Para distinguir entre el principio de la multiplicación y el de la suma debe considerarse que si se tienen dos operaciones, entonces cuando se desee efectuar:

a) *Una operación "y" la otra, se hace uso del principio de la multiplicación.*
b) *Una operación "o" la otra, se hace uso del principio de la suma.*

1.2 Principio de la Multiplicación.

En los problemas anteriores, lo que se pretendía hallar era el número de opciones (puntos muestrales) que teníamos; en algunos casos el número no es muy grande y la simple enumeración o cuenta directa no es difícil. Sin embargo surgen problemas en los que la cuenta directa se convierte en una imposibilidad práctica. En tales casos se emplea una técnica analítica que podría llamarse una forma sofisticada de contar.

Principio de la Multiplicación.
Si una cosa puede realizarse de n_1 maneras diferentes y después de esto una segunda cosa puede realizarse de n_2 maneras diferentes y así sucesivamente hasta que una k - ésima cosa puede realizarse en n_k maneras diferentes, entonces todas las k cosas pueden realizarse en el orden especificado en $n_1 * n_2 * n_3 * \ldots * n_k$ maneras diferentes.

PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Ejemplo 1

Jazmín ha recibido en su cumpleaños una falda roja, una azul y otro verde; además le obserquiaron una blusa blanca y otra crema. Si desea probarse las prendas recibidas, ¿de cuántas maneras distintas puede lucirlas, si se pone falda y blusa?

Resolución:

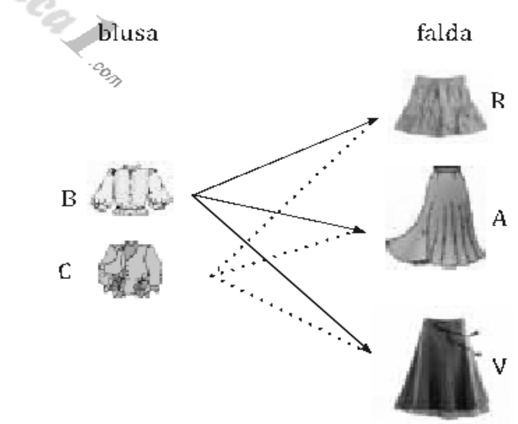
Ella puede comenzar eligiendo la falda, por ejemplo, y para ello puede escoger cualquiera de las 3 que ha recibido; una vez escogida la falda deberá decidir cual de las 2 blusas se pondrá.

Describamos la situación como sigue:

faldas: {roja, azul, verde}

blusas: {blanca, crema}

Para probarse falda y blusa juntas podría hacerlo de la siguiente forma:



Los juegos serían:

$$\left.\begin{matrix}(B, R), (B, A), (B, V)\\(C, R), (C, A), (C, V)\end{matrix}\right\} \text{6 manera distintas}$$

Luego diremos:

Jazmín se pone $\underbrace{\text{blusa}}_{2}$ y $\underbrace{\text{falda}}_{3}$

Anotando las cantidades: $2 \times 3 = 6$

formas distintas en la presentación de las prendas. Estamos viendo entonces que tenía dos maneras distintas de elegir la blusa y para cada una de las 2 maneras había 3 maneras de escoger la falda por esto el total de formas de vestirse se obtenía multiplicando los valores dados.

Ejemplo 2

Elvis posee 3 camisas, 3 pantalones y 2 pares de zapatos, todas prendas diferentes. ¿De cuántas maneras distintas puede lucir una vestimenta constituida por camisa, pantalón y zapatos?

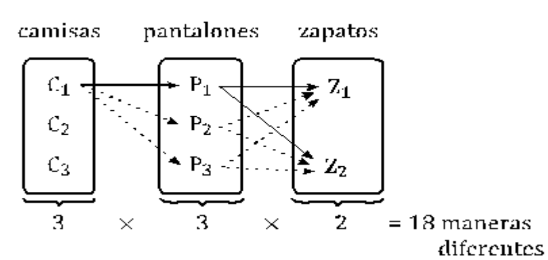
Resolución:

evento A: elige la camisa (3 formas $\neq$)

evento B: elige el pantalón (3 formas $\neq$)

evento C: elige un par de zapatos (2 formas $\neq$)

Nótese que Elvis para lucir una vestimenta debe realizar los tres eventos (A, B y C), uno seguido del otro.



Así:

Aplicando el principio de multiplicación, hemos obtenido como resultado que Elvis puede vestirse con las prendas mencionadas de 18 maneras distintas en total.

Principio de Multiplicación

Si un evento designado como A ocurre de n maneras diferentes y para cada uno de ellos otro evento B ocurre de m maneras diferentes, entonces el evento A y B en forma simultánea o una seguida de la otra ocurrirá de $m \times n$ maneras diferentes.

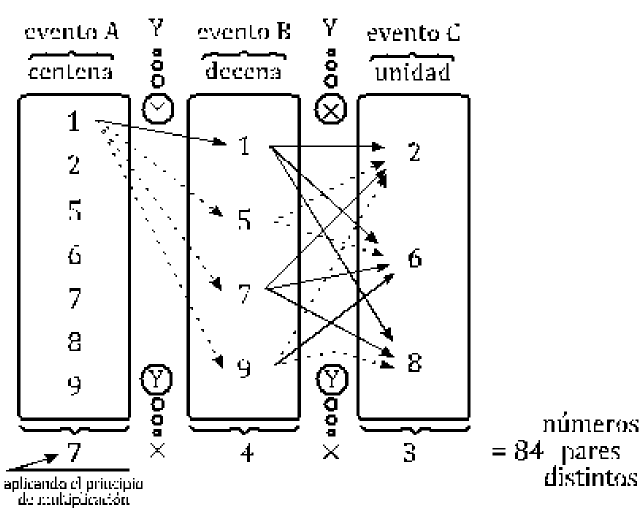
Ejemplo 3

¿Cuántos números pares de la forma $\overline{abc}$ pueden escribirse con los dígitos 1, 2, 5, 6, 7, 8 y 9 si las cifras pueden repetirse y la cifra de decena es impar?

Resolución:

Para que sea un número par de tres cifras, el dígito de las unidades debe ser necesariamente par. Además por condición del problema, las cifras pueden repetirse y la cifra de las decenas debe ser impar.

Luego, la cifra de las centenas es una cualquiera de los siete elementos de {1; 2; 5; 6; 7; 8; 9}; mientras que la cifra de las decenas sólo puede considerarse del conjunto: {1; 5; 7; 9} sin olvidar que la cifra de las unidades sólo puede ser una cualquiera tomada del conjunto {2; 6; 8}. El siguiente esquema ilustra la situación expuesta.

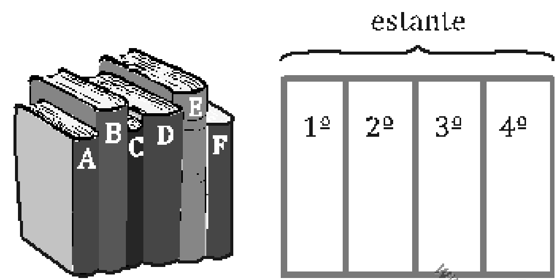


Entonces, bajo las condiciones establecidas habrán 84 números que las cumplen.

Ejemplo 4

Se tiene seis libros diferentes de razonamiento matemático. ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse en un estante donde sólo entran cuatro libros?

Resolución:



Veamos:

evento I: elige un libro para el 1^{er} casillero (6 formas diferentes)

evento II: elige un libro para el 2º casillero (5 formas diferentes)

evento III: elige un libro para el 3^{er} casillero (4 formas diferentes)

evento IV: elige un libro para el 4^{to} casillero (3 formas diferentes)

Observación:

Nótese que para representar un arreglo en el estante hay que realizar los cuatro procedimientos (I y II y III y IV)

$$\therefore\ 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

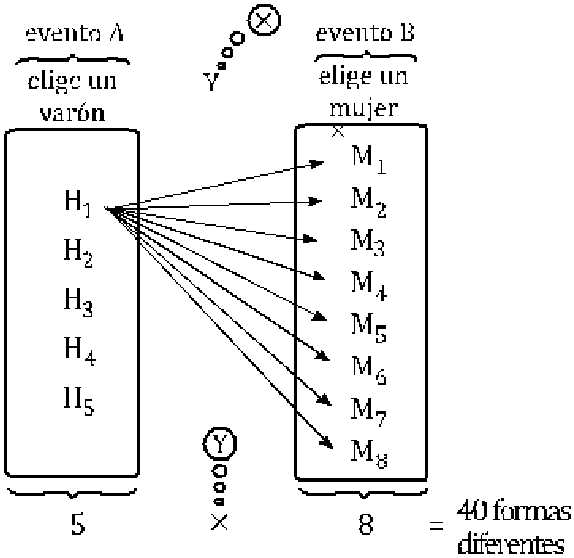
$\Rightarrow$ Los libros se pueden ordenar de 360 formas diferentes.

Ejemplo 5

Con cinco varones y ocho señoritas, ¿cuántos equipos de natación diferentes pueden formarse si estos deben ser mixtos y de dos integrantes?

Resolución:

Los equipos de natación deben ser mixtos, es decir, formados por un hombre y una mujer.



Luego, puede formarse 40 equipos distintos de natación mixtos y de dos integrantes.

Aplicación 5

Ana tiene 3 blusas diferentes y 2 faldas también distintas. ¿De cuántos modos diferentes se puede vestir Ana utilizando sólo una prenda cada tipo?

Rpta: 6

Aplicación 6

¿Cuántos resultados diferentes se pueden esperar obtener al lanzar una moneda y un dado simultáneamente?

Rpta: 12

Aplicación 7

Una persona puede viajar de una ciudad A a otra ciudad B por 3 caminos y de B a C por 5 caminos. Por cuántos caminos diferentes puede ir dicha persona de A a C y regresar a A siempre pasando por B si:

a. Puede volver por cualquier camino.
b. No puede volver por un camino ya recorrido.

Rpta: a. 225
b. 210

Aplicación 8

En una sala hay 8 mujeres y 4 varones. ¿De cuántas maneras es posible seleccionar una pareja mixta?

Rpta: 32

Aplicación 9

Una bandera está formada por cuatro bandas verticales que deben ser pintadas, usando los colores amarillo, blanco y verde, no debiendo tener bandas adyacentes el mismo color. ¿De cuántos modos puede ser pintada la bandera?

Rpta: 24

Problema 10.
¿Cuantas cantidades de cuatro cifras significativas se pueden formas con los números dígitos que son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

Problema 11.
El candado de la bicicleta de Rosita está formado por tres discos, cada uno de los cuales tiene todos los números del 0 al 9. Cuando cada uno de los tres discos señala la cifra correcta, se abre el candado. Si Rosita ha olvidado la secuencia en que deben quedar los números ¿De cuantas maneras diferentes puede colocar los tres discos para intentar abrir el candado?

Problema 12.
Ocho corredores van a competir en una carrera de cien metros planos ¿de cuantas maneras pueden arribar a la meta, si no hay empates?

Problema 13.
¿Cuántas cantidades pares y de cinco cifras se pueden formar con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,?

a) sin repetición
b) con repetición.

Problema 14.
Con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 se desean formar cantidades de cinco cifras que incluyan un número primo en la cifra central.

a) ¿Cuántos pueden formarse si no se permite la repetición?
b) ¿Cuántos pueden formarse si se permite la repetición?

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 2.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

Problema 1.
¿Cuántas parejas mixtas de baile diferentes pueden formarse con 5 niños y 3 niñas?

Problema 2.
Rosa posee 3 blusas distintas, 2 pantalones diferentes y 4 pares de zapatos diferentes. ¿De cuantas maneras distintas puede vestirse utilizando las prendas mencionadas?

Problema 3.
Carlos lleva al cine a María y a sus 3 hermanos y encuentra 5 asientos libres en una fila.

a) ¿De cuantas maneras diferentes podrán sentarse si no hay restricciones?
b) Si maría y Carlos deben quedar juntos.
c) Si los tres hermanos deben quedar juntos.
d) Si obligadamente dos de los hermanos de maría deben quedar a los lados de Carlos

Problema 4.
¿De cuantas maneras se pueden acomodar 4 alumnos en una fila de 5 asientos

a) si dos de ellos están juntos?
b) Si dos de ellos no deben de estar juntos?

Problema 5.
¿De cuantas maneras diferentes se puede distribuir cuatro camisas de diferente color en tres cajones distintos?

a) Si todas deben quedar en un cajón (dos juntas)
b) Debe sobrar una sin cajón.

Problema 6
En una fiesta se encuentran diez hombres y ocho mujeres. ¿De cuántas maneras diferentes pueden integrarse en parejas para bailar una pieza?

a) Si no hay restricciones.
b) Si una mujer se niega a bailar.
c) Si dos hombres están dispuestas a bailar.

Problema 7
Un cierto alfabeto consta de sólo tres símbolos: α, β, γ *Cada palabra está formada por una secuencia de no más de cuatro letras. ¿Cuántas palabras se pueden formar en este lenguaje?*

a) si en una casilla se puede repetir un símbolo.
b) Si se permite la repetición de cada símbolo más de dos veces.

Problema 8
¿Cuántas formas hay de elegir un capitán y un capitán suplente en un equipo de fútbol de dieciocho componentes?

Problema 9
En un torneo de ajedrez participan 18 personas que tienen que disputar una sola partida contra cada uno de los demás participantes. ¿Cuántas partidas distintas se van a disputar?

1.3 Principio de la suma.

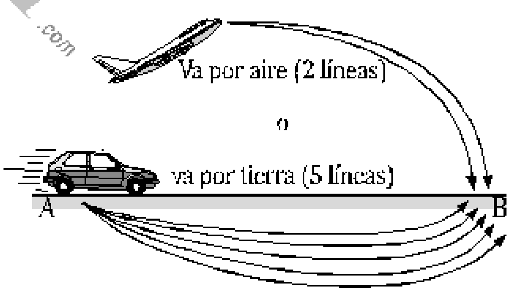
Si una acción puede realizarse de n1 maneras diferentes y una segunda acción puede realizarse de n2 maneras diferentes, pero no es posible realizar ambas acciones conjuntamente, entonces n1 o n2 pueden realizarse alternativamente de n1 + n2 maneras diferentes.
Este principio aditivo se generaliza para cualquier número de acciones alternativas a realizar, esto es:

Principio de la suma.
si una primera acción se puede realizar de n1 maneras diferentes, una segunda acción se puede realizar de n2 maneras diferentes,..., y una r-ésima acción se puede realizar de nr maneras diferentes, pero no es posible realizar todas las acciones conjuntamente, entonces las r acciones alternativas se pueden realizar de n1 + n2 +...+ nr maneras diferentes.

Ejemplo 1

Ana desea viajar de Chiclayo a Tumbes y tiene a su disposición 2 líneas aéreas y 5 líneas terrestres. ¿De cuántas maneras distintas puede realizar el viaje?

Resolución



Ana puede elegir viajar por aire o por tierra; pero, evidentemente, no pueden elegir viajar por ambas vías (terrestre y aérea) simultáneamente (nadie puede estar al mismo tiempo en dos sitios diferentes).

Luego:

$$\overbrace{\underset{\text{líneas}}{2}}^{\substack{\text{evento A}\\\text{viajar por aire}}} \overset{\text{o}}{+} \overbrace{\underset{\text{líneas}}{5}}^{\substack{\text{evento B}\\\text{viajar por tierra}}} = 7$$

$\therefore$ Ana puede realizar el viaje de siete maneras diferentes.

Aplicación 1

Una persona desea viajar al Cuzco, si lo hace por Tierra puede elegir entre 5 empresas de transportes y si va por vía aérea puede elegir entre 4 compañías de aviación. ¿De cuántos modos puede realizar el viaje la persona?

Aplicación 1

Una persona desea viajar al Cuzco, si lo hace por Tierra puede elegir entre 5 empresas de transportes y si va por vía aérea puede elegir entre 4 compañías de aviación. ¿De cuántos modos puede realizar el viaje la persona?

Rpta: 9

Rpta: 9

Aplicación 3

Un producto se vende en 3 mercados, en el primero se tienen disponible en 6 tiendas, en el segundo en 5 tiendas y en el tercero en 7 tiendas. ¿De cuántas maneras una persona puede adquirir dicho producto?

Rpta: 18

Aplicación 3

Un producto se vende en 3 mercados, en el primero se tienen disponible en 6 tiendas, en el segundo en 5 tiendas y en el tercero en 7 tiendas. ¿De cuántas maneras una persona puede adquirir dicho producto?

Rpta: 18

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 3.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

Problema 1.

Se está organizando una excursión y no se sabe todavía si visitar una playa o una montaña. Si existen cuatro posibles playas y cinco montañas para ser visitadas ¿Cuántas maneras diferentes se pueden organizar la excursión?

Problema2.

Un vendedor tiene 7 clientes en Honduras y 13 clientes en Guatemala. ¿De cuántas formas puede él telefonear…

a) a un cliente en Honduras y luego a uno en Guatemala?

b) a un cliente en Honduras o a uno en Guatemala?

Problema 3.

Claudia visita una tienda de animales. Hay 37 perros y 15 gatos. ¿De cuántas formas puede comprar…

a) un perro o un gato?

b) un perro y un gato?

Problema 4.

En una librería hay 11 libros de terror y 5 de misterio. ¿De cuántas formas podemos seleccionar…

a) terror o misterio?

b) terror y misterio?

c) misterio y otro misterio?

Problema 5.

Cuantas cantidades de cuatro cifras significativas y que sean múltiplos de cinco se pueden formas con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, sin permitir la repetición.

Problema 6.

Tres mujeres y dos hombre se dirigen, por distintas rutas, a la misma parada de bus, en donde deberán hacer una fila ¿de cuantas maneras diferentes pueden alinearse si:

a) No hay restricciones.

b) Las tres mujeres deberán ir juntas.

Problema 7.

En el comedor "El higiénico" Lorena puede elegir un menú entre dos clases de sopas, tres platos principales y cuatro variedades de frutas. En "El económico", ella lo puede elegir entre tres variedades de sopas, dos platos principales y tres postres. En total ¿cuantas maneras de menú puede elegir Lorena?

Problema 8.

Tania posee tres blusas para combinar con dos faldas. Además, tiene cinco camisetas para combinar con cuatro pantalones. .De cuantas maneras puede vestirse Tania?

	COMPLEJO EDUCATIVO CANTON TUTULTEPEQUE **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 2º año de bachillerato A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo: ______________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 2. UTILICEMOS EL CONTEO ***Objetivo de unidad:*** *Aplicar procedimientos de ordenamiento y conteo para determinar el número de formas diferentes de seleccionar grupos de objetos de un conjunto dado y aplicarlas en la resolución de problemas de la vida cotidiana.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
2. Factorial de un número • *notación factorial:* ***n! = n (n -1) (n – 2)…x 2 x 1*** • *propiedad especial:* ***0! = 1***	✓ *Interpretación y explicación del factorial de un número y su notación.* ✓ *Simplificación de expresiones que contienen notación factorial n!* ✓ *Interpretación y aplicación de la propiedad especial del factorial 0!* ✓ *Resolución de problemas en los que se aplique el factorial de un número.*	✓ *Seguridad al interpretar y explicar el factorial de un número y su notación.* ✓ *Precisión al simplificar expresiones con notación factorial n!* ✓ *Seguridad al interpretar y aplicar 0!* ✓ *Seguridad y confianza al resolver problemas de aplicación del factorial de un número.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *interpretar y explicar el factorial de un número y su notación.* ✓ *Simplificar expresiones que contienen notación factorial n!* ✓ *Interpretar y aplicar la propiedad especial del factorial 0!* ✓ *Resolver problemas en los que se aplique el factorial de un número.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 2º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Interpreta y explica con seguridad el factorial de cualquier número entero y su notación.* ✓ *Simplifica con precisión expresiones que contienen notación factorial a partir de sus propiedades.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 2. Factorial de Un Número.

Los productos $1*2*3*4$ *y* $1*2*3*4*5*6*7$ *se pueden simbolizar como 4! y 7!, respectivamente, los cuales se leen como factorial de 4 y factorial de 7, tal que:*

$4! = 1*2*3*4$
$7! = 1*2*3*4*5*6*7$

FACTORIALES DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$0! = 1$ (por convensión)

$1! = 1$

$2! = 1 \times 2 = 2$

$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$

$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$

$6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$

$7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 504$

Para todo número natural n, se llama "n factorial" o "factorial de n" al producto de todos los naturales entre 1 y n:

$$\boldsymbol{n! = n * (n-1) * (n-2) * (n-3) * \ldots * 2 * 1}$$

Que en un modo resumido se puede expresar como:

$$n! = \prod_{k=1}^{n} k$$

La notación n! fue popularizada por el matemático francés Christian Tramp. Los factoriales se usan mucho en la rama de las matemáticas llamada combinatoria.

PROPIEDADES:

1°) Por definición:

$$\lfloor\underline{n} = \underbrace{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots\ldots \cdot (n-1)}_{\lfloor\underline{n-1}} \cdot n$$

Ordenando: $\boxed{\lfloor\underline{n} = n\,\lfloor\underline{n-1}\ ;\ n \geq 2}$

Ejemplos:

- $\lfloor\underline{100} = 100\lfloor\underline{99}$
- $(x+1)! = (x+1)\,x!$

2°) $\boxed{\text{Si } \lfloor\underline{n} = 1 \ \rightarrow\ n = 0 \text{ (Por convención)} \ \vee\ n = 1 \text{ (Por definición)}}$

Ejemplo:

- Calcular la suma de los valores que puede adquirir la incógnita x, en la ecuación:

$$(2x^2 - x)! = 1$$

$2x^2 - x = 0 \quad \vee \quad 2x^2 - x = 1$

$x(2x-1) = 0 \quad \vee \quad 2x^2 - x - 1 = 0$

$x(2x-1) = 0 \quad \vee \quad (2x+1)(x-1) = 0$

$x_1 = 0 \ \vee\ x_2 = \dfrac{1}{2} \ \vee\ x_3 = -\dfrac{1}{2} \ \vee\ x_4 = 1$

Nos piden: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$

3°) $\forall a,b \in \mathbb{N}$, tal que $ab \neq 0$, se cumple:

$$\boxed{\text{Si } \lfloor\underline{a} = \lfloor\underline{b} \ \rightarrow\ a = b}$$

Ejemplo: Resolver la ecuación:

$$\lfloor\underline{m(2m+1)} = 720$$

Como: $\lfloor\underline{6} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

Resulta: $\lfloor\underline{2m^2 + m} = \lfloor\underline{6}$

Por la propiedad: $2m^2 + m = 6$

$2m^2 + m - 6 = 0$

Factorizando: $(2m-3)(m+2) = 0$

Entonces: $m = \dfrac{3}{2} \ \vee\ m = -2$

4°) Descomposición factorial general

Por definición:

$$\lfloor\underline{n} = n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)\underbrace{(n-k)\ldots3 \cdot 2 \cdot 1}_{\lfloor\underline{n-k}}$$

$$\boxed{\lfloor\underline{n} = n\,(n-1)\,(n-2)\ \mathrm{K}\ (n-\mathrm{k}+1)\ \lfloor\underline{n-\mathrm{k}}\ ;\ n > \mathrm{K}}$$

Ejemplos:

- $\lfloor\underline{100} = 100 \cdot 99 \cdot 98 \ldots 55\lfloor\underline{54}$
- $\lfloor\underline{78} = 78 \cdot 77 \cdot 76 \ldots 24\lfloor\underline{23}$
- $\lfloor\underline{x+30} = (x+30)(x+29)(x+28) \ldots\ldots (x+1)\lfloor\underline{x}$
- $\lfloor\underline{3n-2} = (3n-2)(3n-3)(3n-4) \ldots\ldots (3n-11)\lfloor\underline{3n-12}$
- $\lfloor\underline{m^2} = (m^2)(m^2-1)(m^2-2) \ldots (m^2-n)\lfloor\underline{m^2-n-1}$

Ejemplo: Dar el valor de la expresión:

$$E = \frac{\lfloor\underline{12}}{\lfloor\underline{9}} + \frac{\lfloor\underline{10}}{\lfloor\underline{8}} + \frac{\lfloor\underline{11}}{\lfloor\underline{7}}$$

$$E = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10\lfloor\underline{9}}{\lfloor\underline{9}} + \frac{10 \cdot 9\lfloor\underline{8}}{\lfloor\underline{8}} + \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8\lfloor\underline{7}}{\lfloor\underline{7}}$$

$$E = 1\,320 + 90 + 7\,920 = 9\,330$$

PROBLEMAS DE APLICACIÓN.

1. Reducir la siguiente expresión:

$$Q = \left[\frac{1}{7!+8!} + \frac{1}{9!}\right]^{-1}$$

2. Simplificar: $\left[\dfrac{83!}{81!+82!}\right]\left[\dfrac{40!+41!}{42!}\right]$

3. Simplificar: $S = \dfrac{n!+(n+1)!+(n+2)!}{n!+(n+1)!}$

4. Simplificar:

$$P = \frac{(n-5)!+(n-4)!+(n-3)!}{n^4-15n^3+83n^2-201n+180}$$

5. Calcular x en: $\dfrac{(x+9)!(x+7)!}{(x+8)!+(x+7)!} = 14!$

6. Resolver: $\dfrac{(x+1)!}{x-2} = 2 \cdot x!$

luego reemplazar el valor hallado en la siguiente simplificación:

$$\frac{x! + (x-1)! + (x+1)!}{x! + (x+2)! - x(x+2)(x-1)!}$$

1. Calcular:

$$\left[2!\cdot 3!\cdot 4!\sqrt{\frac{9!}{7!+8!}}\right]^{4!+5!+6!}$$

2. Halle x a partir de:

$$\frac{(x+2)! + (x+1)! + x!}{(x+2)! - (x+1)! - x!} = 1{,}1$$

3. Hallar n.

$$\frac{(n+3)!\ (n+4)!}{(n+3)! + (n+4)!} = 120\frac{(n+4)}{(n+5)}$$

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. Hallar m.

$$\frac{(m!+1)m!}{6+m!} = 20$$

A) 4 B) 3 C) 2 D) 5 E) 1

5. Reducir:

$$Q = \frac{[(3!)+2]! - [(3!)! + 1]!}{[(3!)! - 1]! + (6)! + [(3!)! + 1]!}$$

A) 720 B) 270 C) 740
D) 700 E) 725

6. Calcular el valor de x.

$$\frac{(x-4)! + (x-3)! + (x-2)!}{(x^2-7x+10)(x^2-6x+8)} = 24$$

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

11. Hallar n en la expresión:

$$n! + 5 - 22\frac{(n!-1)}{(n!-5)} = \frac{1}{(n!-5)}$$

A) 4 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

12. Determinar a y b en la expresión:

$$\frac{a!\cdot b!}{4} = (3!)^2$$

A) $b = 3$, $a = 7$ B) $b = 3$, $a = 4$
C) $b = 1$, $a = 2$ D) $b = 9$, $a = 8$
E) $b = 6$, $a = 5$

13. Calcular el valor de n en:

$$\frac{(n!-1)^2+3}{n!+4}=19$$

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 15

15. Calcular n en: $((n!+2)!-6)!=18!$

A) 2 B) 6 C) 4 D) 5 E) 3

16. Simplifique:

$$Q=\frac{(24!+1)!-((4!)!)!}{(24!-1)!}$$

A) $(24!)^2$ B) $(22!)^2$ C) $(21!)^2$
D) $(20!)^2$ E) $(3!)^2$

17. Calcular $(a+b)$ si:

$$\frac{(120!+1)!-((5!)!)!}{(120!-1)!}=((a!)!)^b$$

A) 5 B) 3 C) 8 D) 4 E) 7

19. Calcular n en:

$$\frac{(n+1)!\cdot(n)!}{(n+1)!-(n)!}=99(n-2)!$$

A) 10 B) 12 C) 8 D) 6 E) 5

1. Simplifica:

$$E=\frac{9!+8!}{7!}-(5!-40)$$

2. Simplifica:

$$P=\left(\frac{43!}{41!+42!}\right)\left(\frac{20!+21!}{22!}\right)$$

3. Calcula n.

$$\frac{(n+2)}{n!}=\frac{3!}{3}$$

4. Calcula x.

$$2\left[\frac{(x+1)!}{x!}\right]-\frac{(x+3)!}{(x+2)!}=6$$

5. Calcula:

$$E=\frac{1!+2!+3!}{0!}+\frac{4!+5!+6!}{4!}$$

6. Hallar x

$$\frac{(x-5)!}{x-5}=720$$

10. Hallar x

$$\frac{(x+9)!(x+7)!}{(x+8)!+(x+7)!}=14!$$

11. Calcula n.

$$\frac{(n+7)!(n+5)!}{(n+6)!+(n+5)!}=15!$$

12. De la siguiente relación:

$\frac{8!}{a!b!}=14$; calcula (a^2+b^2).

13. Hallar n.

$$\frac{(n+5)}{(n+4)}\cdot\left[\frac{(n+4)!(n+3)!}{(n+3)!+(n+4)!}\right]=720$$

14. Simplificar:

$$S=\frac{(n+2)!+(n+1!)+n!}{(n+1)!+n!}$$

15. Hallar x.

$$\frac{\lfloor x+1}{216-x}=\lfloor x-2$$

16. Determina el valor de n.

$$\frac{(1+n!)(n!)}{6+n!}=20$$

18. Hallar la suma de valores de n que verifica la igualdad

$$\left(n^2-5n+7\right)!=1$$

20. Hallar x.

$$x^{x!-22}=\sqrt[x!]{x^{48}};\ (x\neq 0);\ (x\neq -1)$$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 4.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

Tarea

1. Calcular $\left(x^2+x+5\right)$ en:

$$(x!)!=720$$

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 21

2. Hallar x en:

$$\frac{(x+8)!}{(x+7)!}+\frac{(x+7)!}{(x+6)!}-21$$

A) 0 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

3. Calcula la suma:

$$\frac{(n+3)!(n+5)!}{(n+3)!+(n+4)!}=120$$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

4. Calcula la suma:

$$S=0!+\frac{3!}{2!}+\frac{5!}{4!}+\cdots+\frac{49!}{48!}$$

A) 101 B) 550 C) 500
D) 625 E) 205

5. Simplifica:

$$E=\frac{n!+(n+1)!+(n+2)!}{n!+(n+1)!}$$

A) n B) $n+1$ C) $n+2$
D) $n+3$ E) $n+4$

	COMPLEJO EDUCATIVO CANTON TUTULTEPEQUE **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 2º año de bachillerato A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo: ______________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 2. UTILICEMOS EL CONTEO ***Objetivo de unidad:*** *Aplicar procedimientos de ordenamiento y conteo para determinar el número de formas diferentes de seleccionar grupos de objetos de un conjunto dado y aplicarlas en la resolución de problemas de la vida cotidiana.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
3. Permutaciones • *Tomando todos los elementos* $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$	✓ *Solución de ejercicios que involucren el ordenamiento de un conjunto de objetos diferentes, tomando todos o parte de ellos.* ✓ *Utilización del ordenamiento circular en la solución de ejercicios.* ✓ *Resolución de problemas aplicando permutaciones.*	✓ *Confianza y autonomía al solucionar ejercicios que involucren el ordenamiento de un conjunto de objetos diferentes, tomando todos o parte de ellos.* ✓ *Seguridad en la búsqueda de soluciones a problemas.* ✓ *Seguridad al resolver problemas aplicando permutaciones.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Resolver ejercicios que involucren el ordenamiento de un conjunto de objetos diferentes, tomando todos o parte de ellos.* ✓ *Utilizar el ordenamiento circular en la solución de ejercicios.* ✓ *Resolver problemas aplicando permutaciones..*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 2º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Soluciona con autonomía y confianza ejercicios que involucren el ordenamiento de un conjunto de objetos diferentes tomados todos o parte de ellos.* ✓ *Utiliza con seguridad el ordenamiento circular en ejercicios de aplicación.* ✓ *Resuelve con seguridad y precisión problemas aplicando permutaciones.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
7. Bienvenida y asistencia	
8. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
9. Exploración de Conocimientos Previos	
10. Introducción a la temática	
11. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
12. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 3. Permutaciones.

Problema Introductorio.
Sea el conjunto {a, b, c, d} de cuatro elementos. ¿De cuantas maneras se pueden ordenar esos cuatro elementos?

abcd	bacd	cabd	dabc
abdc	badc	cadb	dacb
acbd	bcad	cbad	dbac
acdb	bcda	cbda	dbca
adab	bdac	cdab	dcab
adba	bdca	cdba	dcba

Es decir, en total hay 24 formas diferentes de ordenarlos. Se dice entonces que existen 24 permutaciones posibles.

DEFINICIÓN: *Dados **n** elementos, el número de maneras en que se pueden ordenar dichos elementos se llaman permutaciones*

En el estudio matemático de las permutaciones, lo que interesa saber es cuántas son, no cuáles son.
A pesar de eso, en el ejemplo anterior, se enlistaron cuáles son para clarificar la idea de lo que significa permutaciones.

3.1 PERMUTACIONES LINEALES SIN REPETICIONES

Las Permutaciones lineales sin Repetición se refieren al hecho de que en el conjunto de objetos que se van a permutar no halla elementos repetidos. Aquí se comenzará con el caso más sencillo que es cuando todos los objetos son diferentes, o sea sin repeticiones.

- ***Permutaciones aplicando el Principio de la Multiplicación.***

Ejemplo 1: ¿De cuántas maneras se pueden ordenar los elementos {a, b, c, d} ?

Ejemplo 2: ¿De cuántas maneras pueden sentarse en una fila de cinco sillas, Alberto, Benito, Carlos, Dora y Elena:

a) si no hay restricciones.
b) si Alberto no puede ir en ninguno de los dos extremos de la fila.
c) si Benito debe ir al principio de la fila;
d) si Dora y Elena deben ir juntas?

Problema 3.
De cuantas maneras pueden ordenarse tres niños y cyatro niñas en una fila?

Problema 4.
¿De cuantas maneras pueden llegar a la meta cuatro corredores?

Problema 5
¿De cuantas formas diferentes pueden elegir los jueces el primer lugar y el segundo lugar, entre diez participantes, en un concurso de ensayos literarios?

Problema 6
Una cooperativa de 48 miembros tienen que elegir su junta directiva ¿de cuantas formas ¿de cuantas maneras puede elegirse un presidente, un vicepresidente, un secretario y un tesorero?

Problema 7.
¿De cuantas maneras 3 salvadoreños, 4 franceses, 4 nicaragüenses y 2 italianos pueden sentarse en una fila, de modo que los de la misma nacionalidad se sienten juntos?
A partir de las letras de la palabra CRISTAL encuentre:

a) el número de palabras de cuatro letras que se pueden formar con las letras de la palabra CRISTAL
b) ¿Cuántas de ellas tienen solo consonantes?
c) ¿Cuántas empiezan y terminan en consonante?
d) ¿Cuantas empiezan con vocal?
e) ¿Cuantas contienen la letra "L"?
f) ¿Cuántas empiezan con "T" y terminan con vocal?

- ***Permutaciones aplicando la fórmula de la Permutación.***

DEFINICIÓN: *Dados **n** elementos, el número de maneras en que se pueden ordenar dichos elementos tomando r elementos, donde* $1 \leq r \leq n$ *se llaman permutaciones.*

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Problema 1.
A partir del conjunto números dígitos ¿Cuántos carnets de cuatro dígitos se pueden obtener, si no se permite repetir dígitos?

Problema 2.
Cuatro empleados van a ser entrevistados por su jefe
¿De cuantas formas se pueden ordenar para ser entrevistados?
Si el jefe desea nombrar un subjefe y un asistente ¿Cuántas alternativas tiene?

Problema 3.
¿De cuantas formas se pueden ordenar tres de los sietes niños de una fila?

Problema 4.
Determine el número de formas en que es posible que clasifiquen tres de 10 vendedores de enciclopedia de acuerdo a sus ventas.

Problema 5.
Se tiene que formar una directiva de 4 miembros, si hay 9 personas elegibles ¿Cuántas alternativas se tienen?

3.2 PERMUTACIONES LINEALES CON REPETICIONES

Con frecuencia algunos conjuntos presentan elementos con las mismas características y nos va a interesar determinar el número de ordenamientos posibles.

Ejemplo:
Con las letras de la palabra ANA ¿Cuántas permutaciones distintas puedes hacer?

Aplicando la fórmula de la permutación en donde tomamos los tres elementos de una sola vez tenemos que:

$$3P3 = 6$$

Detallemos todas las posibilidades:

A	-	N	-	A
A	-	A	-	N
N	-	A	-	A
N	-	A	-	A
A	-	N	-	A
A	-	A	-	N

Pero solo ANA, AAN, NAA son distintas, es decir, solo hay tres formas distintas de ordenar las letras de la palabra ANA.

DEFINICIÓN: *Dados* ***n*** *elementos, en donde existen n_1 elementos son iguales, n_2 elementos son iguales, n_3 elementos son iguales,…. n_r elementos son iguales, está dado por:*

$$nPr = \frac{n!}{n_1! * n_2! * n_3! * \dots * n_r!}$$

Ejemplo1:

Con las letras de la palabra ANA ¿Cuántas permutaciones distintas puedes hacer?

Son 3 elementos (A, N, A) entonces $n = 2$

Existen 2 elementos iguales (A, A) entonces $n_1 = 2$

Existe un elemento (N) entonces $n_2 = 1$

$$3P3 = \frac{3!}{2! * 1!} = 3$$

Ejemplo 2.

¿Cuantas permutaciones distintas se pueden hacer con las letras de la palabra ESTADISTICAS?

El conjunto tiene tres elementos: $n = 12$

Existen 3 elementos "S" $n_1 = 3$

Existen 2 elementos "T" $n_2 = 2$

Existen 2 elementos "A" $n_3 = 2$

Existen 2 elementos "I" $n_4 = 2$

$$12P12 = \frac{12!}{3! * 2! * 2! * 2!} = 9,979,200$$

Ejemplo 3.

¿Cuantos ordenamientos distintos podemos formas con las letras de la palabra BANANA?

Ejemplo 4.

Un estante tiene la capacidad para cinco libros de combinatoria de pasta azul, tres de estadística de pasta roja y 4 libros de probabilidad de pasta amarilla. ¿De cuantas maneras pueden ordenarse los libros según el color?

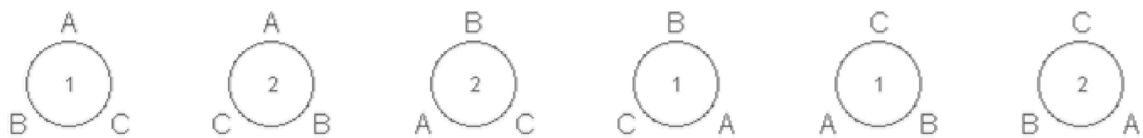
3.2 PERMUTACIONES CIRCULARES.

Un caso particular de permutaciones son las permutaciones circulares. Si colocamos "n" objetos alrededor de una circunferencia se obtiene una permutación circular. Dos permutaciones circulares son iguales si cualquiera de ellas se obtiene a partir de la otra mediante un giro.

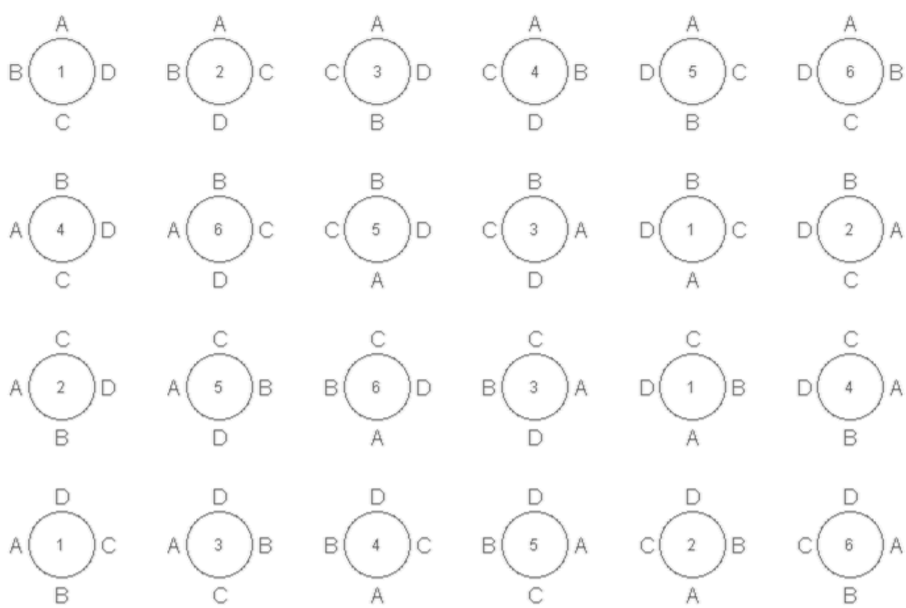
Para n=2. El número de permutaciones ordinarias de 2 elementos es $P2 = 2! = 2$. Como permutaciones circulares las dos son iguales, pues se pueden obtener a partir de la otra mediante un giro de 180º.

Ambos casos son iguales. Por tanto al permutar dos objetos en una región circular se obtiene un solo resultado.

Para n=3. El número de permutaciones ordinarias de 3 elementos es $P3 = 3! = 6$. En el siguiente gráfico aparecen las 6 posibles permutaciones ordinarias. Como permutaciones circulares hay 2 distintas nada más. Dentro de cada circunferencia se ha puesto el mismo número a las permutaciones circulares coincidentes.



Para n=4. El número de permutaciones ordinarias de 4 elementos es $P4 = 4! = 24$. En el siguiente gráfico aparecen las 24 posibles permutaciones ordinarias. Como permutaciones circulares hay 6 distintas nada más. Dentro de cada circunferencia se ha puesto el mismo número a las permutaciones circulares coincidentes.



De igual forma se puede continuar para los siguientes valores de n. Con los gráficos anteriores se puede comprobar que para calcular las permutaciones circulares es suficiente con dejar un elemento fijo y permutar de todas las formas posibles los restantes. Es decir:

$$PC_n = (n-1)!$$

PROBLEMAS DE AMPLIACION.

Ejemplo

El señor García y su esposa tienen 6 invitados a cenar en su casa, ¿De cuántas formas diferentes podrán sentarse a la mesa los 8 comensales (los 2 anfitriones y los 6 invitados)?

$$PC_8 = (8-1)!$$
$$PC_8 = 7!$$
$$PC_8 = 5040$$

Habrá 5,040 formas en que puedan sentarse a cenar.

Ejemplo

Juan, Pedro, Jesús y Alberto se reúnen a jugar dominó, ¿De cuantas formas pueden sentarse a una mesa circular de juego?

$$PC_4 = (4-1)!$$
$$PC_4 = 3!$$
$$PC_4 = 6$$

Habrá seis maneras de sentarse a jugar domino.

Ejemplo.

Un equipo de sonido tiene un reproductor de discos compactos con capacidad para seis discos. Si el reproductor tiene forma circular ¿de cuantas maneras diferentes se puede colocar los CD en el reproductor del equipo?

$$PC_6 = (6-1)!$$
$$PC_6 = 5!$$
$$PC_6 = 120$$

Habrá 120 maneras de ordenar los Discos en la Bandeja del Reproductor.

Ejemplo 1.

¿De cuántas formas pueden colocarse cinco mujeres y cinco hombres alrededor de una mesa circular si se quiere que no haya dos personas del mismo sexo contiguas?

Solución.

Consideramos que la primera persona (sea hombre o mujer) está sentado, el resto se tiene que sentar en posiciones alternadas, pero esto es equivalente a realizar una permutación circular de cinco objetos y se puede llevar a cabo de

$$PC_5 = (5-1)!$$
$$PC_5 = 4!$$

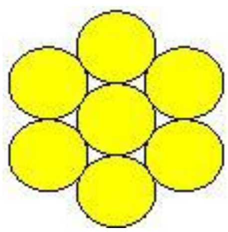
Formas. Después de haberse llevado a cabo este primer proceso se tienen que colocar las otras cinco personas en los lugares vacíos y esto se puede realizar de 5! Formas. Luego, el número total de formas distintas de sentarse es (4!).(5!)=288

Problema 2.
¿De cuántos modos diferentes puede sentarse alrededor de una mesa circular una madre y sus 5 hijos?

$$PC_6 = (6-1)!$$
$$PC_6 = 5!$$
$$PC_6 = 120$$

Habrá 120 maneras en que madre e hijos puedan sentarse a la mesa.

Problema 3.
¿De cuántos modos distintos podemos ubicar las cifras del 1 al 7 en la figura siguiente?



Podemos solucionar este problema como la conjunción de dos sucesos: En primer lugar ubicamos una cifra en el centro (7 posibilidades) y en segundo lugar las otras 6 cifras, las cuales por ordenarse en una circunferencia podrán permutarse de forma circular de la siguiente manera

$$PC_6 = (6-1)!$$
$$PC_6 = 5!$$

Por lo cual habrá = 7 x 5! = 7 x 120 = 840 maneras de ubicar los siete números en cada circulo.

Ejemplo.
Si siete personas se reúnen para cenar ¿Cuántas maneras hay de que se sienten a la mesa si dos insisten en sentarse juntas?

Formamos un bloque con los dos que se quieren sentar juntos, considerándolo como un solo elemento y calculamos el número de permutaciones PC6, internamente en el bloque calculamos el número de permutaciones entre los dos que se sientan juntos mediante P2. Aplicamos el principio multiplicativo.

$$P_2^2 * PC_6 = 2! * (6-1)!$$
$$P_2^2 * PC_6 = 2! * 5!$$
$$P_2^2 * PC_6 = 240$$

Habrán 240 maneras en que las siete personas puedan sentarse si 2 de ellas insisten en estar juntas.

	COMPLEJO EDUCATIVO CANTON TUTULTEPEQUE **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 2º año de bachillerato A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo: _______________* *Periodo: ________________*

UNIDAD 2. UTILICEMOS EL CONTEO ***Objetivo de unidad:*** *Aplicar procedimientos de ordenamiento y conteo para determinar el número de formas diferentes de seleccionar grupos de objetos de un conjunto dado y aplicarlas en la resolución de problemas de la vida cotidiana.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
4. Combinaciones: $nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$	✓ *Interpretación, utilización y explicación de la combinación.* ✓ *Resolución de problemas aplicando la combinación.* ✓ *Explicación de la diferenciación entre permutaciones y combinaciones.* ✓ *Utilización de la fórmula en ejercicios de permutaciones y combinaciones.* ✓ *Resolución de problemas utilizando la fórmula de las permutaciones o combinaciones.*	✓ *Seguridad al interpretar, utilizar y explicar la combinación.* ✓ *Seguridad al resolver los problemas dados aplicando la combinación.* ✓ *Claridad y seguridad al explicar la diferencia entre permutaciones y las combinaciones.* ✓ *Confianza y precisión en la utilización de la fórmula para encontrar las permutaciones y combinaciones.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Interpretar, utilizar y explicar el concepto de la combinación.* ✓ *Resolver problemas aplicando la combinación.* ✓ *explicar la diferenciación entre permutaciones y combinaciones.* ✓ *utilizar la fórmula en ejercicios de combinaciones.* ✓ *Resolver problemas utilizando la fórmula de las permutaciones o combinaciones.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 2º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Resuelve con seguridad y precisión problemas aplicando las combinaciones.* ✓ *Explica claramente la diferencia entre permutación y combinación.* ✓ *Utiliza la fórmula apropiada en ejercicios de aplicación para calcular con precisión el número de combinaciones de "n" objetos tomados "r" a la vez.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
13. Bienvenida y asistencia	
14. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
15. Exploración de Conocimientos Previos	
16. Introducción a la temática	
17. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
18. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 4. Combinaciones

Problema Introductorio.

¿De cuántas maneras se pueden agrupar 6 elementos tomados de dos en dos? Veamos:

Sean: a b c d e f

Se obtienen:

ab ac ad ae af ⟶ 5

bc bd be bf ⟶ 4

cd ce cf ⟶ 3

de df ⟶ 2

ef ⟶ 1

Nº Total de maneras = 15

2. Se tienen los números 1, 4, 7, 9. Si se seleccionan dos de estos para sumarlos ¿Cuántas sumas diferentes se pueden obtener?

Solución:
Es claro que para los dos números que se seleccionan, el orden en que sean seleccionados no interesa, puesto que la suma seguirá siendo la misma. Cada suma corresponde a una combinación y se tiene lo siguiente:

Combinación	*Suma*
1 + 4	5
1 + 7	8
1 + 9	10
4 + 7	11
4 + 9	13
7 + 9	16

Existen por tanto 6 combinaciones.

DEFINICIÓN: *Si de n objetos diferentes se seleccionan r, sin interesar el orden, cada selección de r elementos es una combinación y el número total de combinaciones que pueden obtenerse se denota de la siguiente manera:*

$$nPr = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Y se denotan de la siguiente manera: $\binom{n}{r},\ nCr,\ C_r^n$

Problemas de Ampliación.

Ejemplo 1.
¿Cuántas combinaciones de tres letras pueden obtenerse a partir de las vocales a, e, i, o, u?

Ejemplo 2.
Se dispone de 18 jugadores para integrar un equipo de baloncesto ¿Cuántos equipos equivalentes pueden formarse si el equipo debe estar integrado por cinco jugadores?

Problema 3.
En una oficina trabajan 28 hombres y 15 mujeres. De estos se van a escoger 5 para formar un equipo que deberá trabajar el día domingo Cuántos equipos diferentes pueden formarse si:

a) No existen restricciones
b) Debe estar formado por tres hombres y dos mujeres
c) Debe estar formado por dos hombres y tres mujeres; pero una mujer específica no debe estar en el equipo de trabajo.
d) Debe estar formado por tres hombres y dos mujeres, pero un hombre específico debe estar en el equipo de trabajo.
e) Debe ser mixto y estar formado por más hombres que mujeres.

Problema 4.
Se tienen 5 matrimonios de entre los cuales deben escogerse tres personas para formar una directiva, con la condición que dos esposos no pueden estar en dicha directiva, sino que a lo sumo uno de ellos. ¿Cuántas directicas pueden formarse)

Combinaciones con Repetición.

Suponga que tenemos el conjunto A={1,2,3,4} y vamos a construir todas las combinaciones con repetición posibles.

a) De un elemento. Si tenemos un conjunto de cuatro elementos y queremos hacer grupos de uno, únicamente podremos hacer cuatro grupos: 1 , 2 , 3 , 4.

b) De dos elementos. La forma de construirlas será similar a las combinaciones sin repetición aunque con la diferencia de que al permitirse repetir los elementos tendremos que añadir a cada una de las de orden uno, el mismo elemento y todos los siguientes. Así se obtienen: 11 , 12 , 13 , 14 , 22 , 23, 24 , 33 , 34 , 44.

c) De tres elementos. Se pueden construir a partir de las anteriores añadiendo a cada combinación de orden dos el último elemento y todos los elementos siguientes. Se obtienen: 111 , 112 , 113 , 114 , 122 , 123 , 124 , 133 , 134 , 144 , 222 , 223 , 224 , 233 , 234 , 244 , 333 , 334 , 344 , 444.

De cuatro o más elementos. Como estamos construyendo combinaciones con repetición y los elementos se pueden repetir, podríamos continuar construyendo combinaciones de orden cuatro o más elementos.

DEFINICIÓN: *Combinaciones con repetición de n elementos tomados de r en r son los distintos grupos de n elementos iguales o distintos que se pueden hacer con los m elementos que tenemos, de forma que dos grupos se diferencian en algún elemento y no en el orden de colocación:*

$$CR_r^n = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!}$$

Y se denotan de la siguiente manera: $\binom{n+r-1}{r}$, CR_r^n

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 5.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

Problema 1.

Con los elementos del conjunto A = {3, 6, 9}, construir (ilustrar) todas las combinaciones con repetición de orden uno, de orden dos, de orden 3 y de orden cuatro.

Problema 2.

Con los elementos del conjunto A = {a, b, c, d}, construir (ilustrar) todas las combinaciones con repetición de orden uno, de orden dos y de orden tres.

Problema 3.

Ccalcula: a) $CR_{7,5}$ b) $CR_{5,7}$ c) $CR_{10,6}$ d) $CR_{6,10}$

Problema 4.

¿De cuántas formas podemos pedir que nos sirvan un cono de helado con "dos bolitas" diferentes o iguales si en la heladería hay 5 sabores de helado?

Problema 5.

En una pastelería hay 6 tipos distintos de pasteles. ¿De cuántas formas se pueden elegir 4 pasteles?.

Problema 6.

En una bodega hay cinco tipos diferentes de botellas. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro botellas?

Ejemplo 4.

En una confitería hay cinco tipos diferentes de pasteles. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro pasteles?

Ejemplo 3.

En una bodega hay 12 botellas de ron, 12 de ginebra y 12 de anís. Un cliente compró 8 botellas en total. ¿Cuántas posibilidades hay?

PROPIEDADES:

1º **Combinaciones Complementarias**

$$\boxed{C_k^n = C_{n-k}^n \; ; n \geq k}$$

Ejemplos:

- $C_7^{11} = C_4^{11} = \dfrac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 330$
- $C_{97}^{100} = C_3^{100} = \dfrac{100 \cdot 99 \cdot 98}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 161700$
- $C_{n-2}^{n+1} = C_3^{n+1} = \dfrac{(n+1)\,(n)\,(n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \dfrac{n \;\; (n^2-1)}{6}$

Estamos observando que para ciertos números combinatorios, esta propiedad, nos permite reducir sus índices inferiores.

OBSERVACIÓN IMPORTANTE:

Al analizar C_k^n, en el conjunto $\mathbb{N}$ y aplicar la **anterior propiedad para** $k=n$, se obtiene:

$$C_n^n = C_{n-n}^n = C_0^n$$

Por la teoría coordinatoria se sabe que $C_n^n = 1$.

Por lo tanto: $C_0^n = 1$

Aplicando la definición del número combinatorio:

$$\frac{\lfloor n}{\lfloor 0 \; \lfloor n-0} = 1$$

Simplificando: $\dfrac{\lfloor n}{\lfloor 0 \; \lfloor n} = 1$

Resulta la relación: $\dfrac{\lfloor 1}{\lfloor 0} = 1$

Convencionalmente, para que esta igualdad este definida, se concluye que:

$$\boxed{\lfloor 0 = 1}$$

Finalmente, será correcto afirmar lo siguiente :

- $C_{14}^{14} = C_0^{14} = 1$
- $C_{2m}^{2m} = C_0^{2m} = 1 \; ; \quad \forall m \in \mathbb{N}^+$
- $C_{x+5}^{x+5} = C_0^{x+5} = 1 \; ; \quad \forall x \in \mathbb{N}^+$
- $C_{n-p+1}^{n-p+1} = C_0^{n-p+1} = 1 \; ; \quad n > p-1 \; , \quad (n;p) \in \mathbb{N}^2$

CONSECUENCIA DE LA PROPIEDAD

Si se tiene la igualdad: $C_r^n = C_p^n \; \dots \; (\alpha)$

Se cumple: $r = p$

En (α), aplicando la propiedad: $C_r^n = C_{n-p}^n$

Se verifica: $r = n - p$, es decir: $r + p = n$

En síntesis:

$$\boxed{\text{Si: } C_r^n = C_p^n \rightarrow r = p \vee r + p = n}$$

Debemos tener en cuenta, que las igualdades resultantes, son relaciones mutuamente excluyentes. Es decir, una de ellas es independiente de la otra.

Por ejemplo: Calcular el valor de $(m+p)$ en:

$$C_{10-p}^{2m} = C_{p-6}^{2m}$$

Se cumple: $10 - p = p - 6$ ...... (I)

$16 = 2p \rightarrow p = 8$

o también: $(10 - p) + (p - 6) = 2m$ ...... (II)

$4 = 2m \rightarrow m = 2$

Un valor resultante es: $m + p = 10$

observar que las ecuaciones (I) y (II), no forman un sistema, ya que estas igualdades son completamente independientes.

2º **Suma de Combinaciones**

$$\boxed{C_k^n + C_{k+1}^n = C_{k+1}^{n+1} \; ; n \geq k}$$

Ejemplos:

- $C_3^{10} + C_4^{10} = C_4^{11}$
- $C_{20}^n + C_{21}^n = C_{21}^{n+1}$
- $C_{x-1}^{m-1} + C_x^{m-1} = C_x^m$

Ejercicio: Calcular la suma de la serie:

$$P = C_1^4 + C_2^5 + C_3^6 + C_4^7 + C_5^8$$

Sumando y restando C_0^4, resulta:

$$P = \underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{C_0^4 + C_1^4}_{C_1^5} + C_2^5}_{C_2^6} + C_3^6}_{C_3^7} + C_4^7}_{C_4^8} + C_5^8}_{C_5^9} - C_0^4$$

$$P = C_5^9 - 1 = C_4^9 - 1$$

$$P = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - 1 = 126 - 1 = 125$$

3º Degradación de índices

a) $\boxed{C_k^n = \left(\frac{n-k+1}{k}\right) C_{k-1}^n \; ; n \geq k \geq 1}$

b) $\boxed{C_k^n = \left(\frac{n}{k}\right) C_{k-1}^{n-1} \; ; n \geq k \geq 1}$

c) $\boxed{C_k^n = \left(\frac{n}{n-k}\right) C_k^{n-1} \; ; n \geq k \geq 0}$

Ejemplos explicativos:

1. Resolver: $20C_5^m = 3mC_3^{m-1}$

Descomponiendo el 20 y pasando a dividir uno de sus factores, resulta:

$$5C_5^m = \underbrace{3\left(\frac{m}{4}\right) C_3^{m-1}}$$

Por la propiedad 3b), se tiene:

$$5C_5^m = 3C_4^m$$

En el primer miembro, degradando el índice inferior putilizando la propiedad 3a):

$$5\left(\frac{m-5+1}{5}\right) C_4^m = 3C_4^m$$

Simplificando: $m - 4 = 3 \rightarrow m = 7$

2. Simplificar la expresión:

$$P = \frac{\left(\frac{x^3}{5}\right) C_4^{x-1} - (x+2)\, C_5^x}{\frac{x\,(x^2-1)}{20}\, C_3^{x-2}} \; ; x \geq 5$$

$$P = \frac{x^2 \overbrace{\left(\frac{x}{5}\right) C_4^{x-1}} - (x+2)\, C_5^x}{\frac{x\,(x+1)}{5} \underbrace{\left(\frac{x-1}{4}\right) C_3^{x-2}}} \; ; \text{Por } 3b$$

$$P = \frac{x^2\, C_5^x - (x+2)\, C_5^x}{\frac{x\,(x+1)}{5}\, C_4^{x-1}} = \frac{(x^2 - x - 2)\, C_5^x}{(x+1) \underbrace{\left(\frac{x}{5}\right) C_4^{x-1}}}$$

Factorizando el numerador y aplicando la propiedad 3b en el denominador:

$$P = \frac{(x+1)\,(x-2)\, C_5^x}{(x+1)\, C_5^x} = x - 2 \; ; \forall x \geq 5$$

3. Qué valor de n verifica la igualdad:

$$C_1^{2n} + C_2^{2n+1} + C_3^{2n+2} = \frac{3}{4}\, C_3^{2n+4} - 1$$

* Pasando la unidad al primer miembro, y expresándola como un número combinatorio, así:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{C_0^{2n}+C_1^{2n}}_{C_1^{2n+1}}+C_2^{2n+1}}_{C_2^{2n+2}}+C_3^{2n+2}}_{C_3^{2n+3}}=\frac{3}{4}C_3^{2n+4}$$

$$C_3^{2n+3}=\frac{3}{4}C_3^{2n+4}$$

En el 2do. miembro, aplicando la propiedad 3c:

$$C_3^{2n+3}=\left(\frac{3}{4}\right)\frac{(2n+4)}{(2n+4)-3}\,C_3^{2n+3}$$

$4\,(2n+1)=3\,(2n+4)$

$8n+4=3n+12$

$2n=8 \rightarrow n=4$

Problemas de Ampliación.

Hallar el valor de:

$$Q=\frac{3C_3^7+C_4^7}{4C_3^7}$$

Rpta.: ....

Resolver la ecuación:

$$C_3^{2n}=44\,C_2^n$$

Rpta.: ....

Calcular:

$$Q=\frac{\left[C_9^{45}\right]^2-\left[C_8^{45}\right]^2}{\left[C_9^{46}+C_8^{45}\right]^2-\left[C_9^{46}-C_8^{45}\right]^2}$$

Rpta.: ....

Reducir la expresión:

$$\sqrt{24\,C_4^{n+3}+1}-\sqrt{24\,C_4^{n}+1}$$

Rpta.: ....

Calcular $(m+n)$ si:

$$C_5^m+2C_6^m+C_7^m+C_8^{m+2}=C_{n-3}^{10}$$

Rpta.: ....

Simplificar Q:

$$Q=\sqrt[3]{\frac{C_0^n+7C_1^n+12C_2^n+6C_3^n}{C_1^n+6C_2^n+6C_3^n}}$$

Rpta.: ....

Calcular n en:

$$\frac{C_3^{2n}}{C_2^n}=\frac{44}{3}$$

Rpta.: ....

Calcular x en:

$$C_4^{x+3}+C_{x-2}^{x+3}=C_6^{x+5}-1$$

Rpta.: ....

Indicar el valor de $(m+n)$ luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} C_{n-1}^m=C_n^m & \dots\ (\text{I}) \\ 4\,C_n^m=5\,C_{n-2}^m & \dots\ (\text{II}) \end{cases}$$

Rpta.: ....

Dadas las relaciones: $n! = 720$; $C_k^{n+2} = 56$.

Se pide la suma del valor de n y el menor valor de k.

Rpta.: ....

Simplificar:

$$\frac{C_8^{21}+C_{13}^{21}}{C_5^{18}+C_{12}^{18}+C_{12}^{19}+C_8^{20}}$$

Rpta.: ....

Halle la suma de todas las soluciones de la ecuación:

$$\binom{x}{2}^{\binom{x}{3}} = 36^{x-2}$$

Donde: $\binom{x}{n}$ es un número combinatorio.

Rpta.: ....

Sabiendo que: $C_{4b-1}^{2(a+6)} = C_{3(b+2)}^{a^2-23}$

Entonces el valor de $(a+b)$ es igual a:

Rpta.: ....

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 6.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

Calcular n en:

$$\frac{C_2^n+C_3^{n+1}}{C_4^{n+2}} = \frac{7}{5}$$

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 1

Determinar x en función de m, sabiendo que m es par.

$$C_{x-1}^{m+1}+C_{m-x}^{m+1}+C_{x-2}^{m+2} = C_x^{m+2}+C_{x+1}^{m+1}+C_{m-x+2}^{m+1}$$

A) $\frac{m}{2}$ B) $\frac{m}{3}$ C) $\frac{m}{4}$ D) $\frac{m}{5}$ E) $\frac{m}{6}$

Qué valor de x hace posible la ecuación:

$$C_4^{x+3}+C_{x-2}^{x+3} = C_6^{x+5}-1$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Calcular x en:

$$\frac{C_x^{x+3}+C_{x+1}^{x+3}}{C_x^{x+2}+C_{x+1}^{x+2}} = 3$$

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Halle los valores de x que cumplen:

$$C_{x^2}^{24} = C_{2x}^{24}$$

(Dar como respuesta el mayor valor).

A) 4 B) 8 C) 10 D) 6 E) 5

¿Para qué valor de n se verifica la igualdad?

$$5C_5^n = nC_3^{n-1}$$

A) 8 B) 10 C) 6 D) 12 E) 5

Encontrar el valor de x que verifica:

$$\left(\frac{C_{x-4}^{x-1}+2C_{x-3}^{x-1}+C_{x-2}^{x-1}}{2}\right)! = 120$$

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12