UNIDAD 2
OPEREMOS CON POLINOMIOS

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 8º grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:______________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 2. OPEREMOS CON POLINOMIOS ***Objetivo de unidad:*** *Que el alumno sea capaz de Interpretar la realidad valorando y utilizando el lenguaje algebraico de los polinomios, así como proponer soluciones a problemáticas económicas y sociales, a través de los productos y cocientes notables.*		***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*
CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
1. Polinomios: • *Grado absoluto y relativo* • *Valor numérico*	✓ *Identificación del grado absoluto y relativo en polinomios.* ✓ *Resolución de problemas determinando el valor numérico de polinomios.*	✓ *Seguridad al identificar y explicar el grado absoluto y relativo de un polinomio.* ✓ *Confianza y precisión al resolver problemas de aplicación del valor numérico.*
Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Identificar el grado absoluto y relativo en polinomios.* ✓ *Resolver problemas determinando el valor numérico de polinomios.*		***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Identifica el grado absoluto y relativo en polinomios.* ✓ *Resuelve problemas determinando el valor numérico de polinomios.* ✓ *Muestra Seguridad al identificar y explicar el grado absoluto y relativo de un polinomio.*		***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 1. Polinomios (generalidades)

- ***Monomio:*** *son expresiones que denotan el Producto de un número real por una o varias letras. El número real se llama coeficiente, y las letras con sus exponentes parte literal. Las letras simbolizan números cuyo valor no conocemos.*

Ejemplo:

MONOMIO	*COEFICIENTE*	*PARTE LITERAL*	*EXPONENTE*
$5a^2b^3c^4$	5	a, b, c	$2,3,4\ respectivamente$
$-13x^3y^3z$	-13	x, y, z	$3,3,1\ respectivamente$
$\frac{2}{3}p^3qr^3$	$\frac{2}{3}$	p, q, r	$3,1,3\ respectivamente$
$-\frac{13}{17}wx^3y^5$	$-\frac{13}{17}$	w, x, y	$1,3,5\ respectivamente$
$\sqrt{3}x^3y^5$	$\sqrt{3}$	x, y	$3,5\ respectivamente$

- ***Polinomio.*** *Son expresiones que indican la Suma o resta indicada de varios monomios, cada uno de los cuales se llama término. Si no contiene términos semejantes, se dice que el polinomio es irreducible.*
  - ✓ *Si sólo tiene dos términos, se denomina binomio.*
  - ✓ *Si sólo tiene tres términos, se denomina trinomio.*
  - ✓ *Si tiene 4 o más términos, se denomina polinomio.*
  - ✓ *Si alguno de los términos no tiene letras se denomina término independiente. Si el polinomio no tiene termino independiente, se dice que es cero.*

Polinomio	*Nº de términos*	*Coeficientes respectivos*	*Parte literal respectivas*	*Signos respectivos*	*Tipo*
$-5a^2b^3c^4$	*1*	5	$a^2b^3c^4$	$-$	*monomio*
$6a^2b^3c^4 - 17x^{12}y^3z^7$	*2*	$6\ y - 17$	$a^2b^3c^4\ ; x^{12}y^3z^7$	$+\ y\ -$	*binomio*
$-7m^2n^3p^4 + 12x^2y^3z^4 - 23r^2s^3t^4$	*3*	$-7; 12\ y\ - 23$	$m^2n^3p^4;\ x^2y^3z^4;\ r^2s^3t^4$	$-; +; -$	*trinomio*

<u>1.1 Grado de un polinomio.</u>

- ***Grado Relativo de un Polinomio:*** *Es respecto al mayor exponente que cada variable puede presentar.*

Ejemplo:

Polinomio.	**Grado Relativo**
$2x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 25x^2 + 4x - 20$	*El grado relativo con respecto a "x" es 5, Porque el mayor exponente de "x" es 5.*
$-7x^4 - 5x^3y + 25x^2y^6 + 4x - 10$	*El grado relativo con respecto a "x" es 4, Porque el mayor exponente de "x" es 4.* *El grado relativo con respecto a "y" es 6, Porque el mayor exponente de "y" es 6.*
$8xyz^4 - 15x^2y^2z^2 + 5x^4y^4 - 4x^3y^5z$	*El grado relativo con respecto a "x" es 4, Porque el mayor exponente de "x" es 4.* *El grado relativo con respecto a "y" es 5, Porque el mayor exponente de "y" es 5.* *El grado relativo con respecto a "z" es 4. Porque el mayor exponente de "z" es 4.*

- ***Grado absoluto de un polinomio:*** *Se obtiene de la mayor suma de los exponentes de cada variable que puede presentar cada término*

Ejemplo:

Polinomio.	**Grado Relativo**
$2x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 25x^2 + 4x - 20$	*El grado absoluto es 5. Porque el término que presenta mayor exponente es* $2x^5$
$-7x^4 - 5x^3y + 25x^2y^6 + 4x - 10$	*El grado absoluto es 8. Porque la suma de los exponentes del termino* $25x^2y^6$ *es el mayor de todos los términos*
$8xyz^4 - 15x^2y^2z^2 + 5x^4y^4 - 4x^3y^5z$	*El grado absoluto es 9. Porque la suma de los exponentes del termino* $-4x^3y^5z$ *es el mayor de todos los términos*

1.2 <u>Valor numérico.</u>

El valor numérico de una expresión algebraica es el resultado que se obtiene al sustituir las letras por valores numéricos específicos efectuar luego las operaciones indicadas. Esta es la acción de evaluar una expresión algebraica.

Determinación del valor numérico de un polinomio.

Ejemplo 1:
Encontrar el valor numérico del polinomio $P(x) = 2x^2 - 5y^2 - 5x + 25y$ *cuando* $y = 5\,;\, x = 3$

$P(x) = 2x^2 - 5y^2 - 5x + 25y$
$P(x) = 2(3)^2 - 5(5)^2 - 5(3) + 25(2)$
$P(x) = 2(9) - 5(25) - 5(3) + 25(2)$
$P(x) = 18 - 125 - 15 + 50$
$P(x) = 3$

Ejemplo 2:
Encontrar el valor numérico del $P(x) = 5c^2 + 9ab^2 + 7a^3 + 2abc^3 - 5a^2$
Cuando $a = 3\,;\, b = -2\,;\; c = 4$

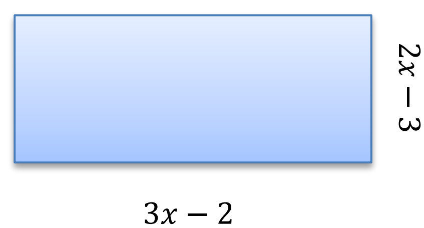
$P(x) = 5c^2 + 9ab^2 + 7a^3 + 2abc^3 - 5a^2$
$P(x) = 5(4)^2 + 9(3)(-2)^2 + 7(3)^3 + 2(3)(-2)(4)^3 - 5(3)^2$
$P(x) = 80 + 108 + 63 - 192 - 45$
$P(x) = 14$

Ejemplo 3.
Encontrar el valor numérico de $P(x) = 5(x-a)^2 + 9(x^2 - 3b) + 2ab(a^2 - 5x)^2$ *cuando* $a = 2; b = -3; x = 5$

$P(x) = 5(x-a)^2 + 9(x^2 - 3b) + 2ab(a^2 - 5x)^2$
$P(x) = 5(5-2)^2 + 9(5^2 - 3(-3)) + 2(2)(-3)(2^2 - 5(5))^2$
$P(x) = 5(3)^2 + 9(34) + (-12)(-21)^2$
$P(x) = 45 + 9306 - 5292$
$P(x) = -4{,}941$

Aplicaciones del valor numérico en situaciones prácticas.

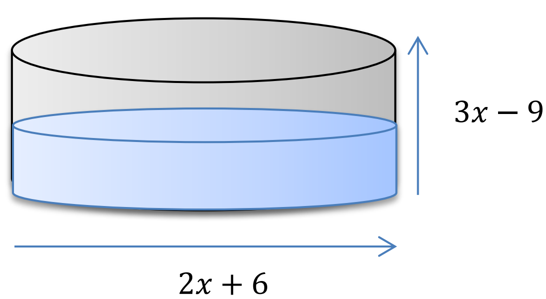
Ejemplo 1.
Las dimensiones de un terreno rectangular son, en general (2x-3) metros de ancho por (3x-2) metros de largo. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo si x=9?



Solución:

$2x - 3 = 2(9) - 3$	*15 metros de ancho*	*Luego el área es*
$3x - 2 = 3(9) - 2$	*25 metros de largo*	$25x15 = 375m^2$

Problema 2.
Una piscina de forma circular tiene en general una profundidad $(3x - 9)$ *metros de diámetro y un diámetro de* $(2x + 6)$ *metros.*
¿Cuáles son las dimensiones si $x = 4$*?*
¿Cuál es la cantidad de agua que cabe en la piscina cuando $x = 4$*?*



Solución:

$3x - 9 = 3(4) - 9$	*3 metros de ancho*	*Luego el volumen es*
$2x + 6 = 2(4) + 6$	*14 metros de largo*	$\pi r^2 h = \pi(7)^2(3) = 147\pi$

Problema 3.

Se pintan cinco habitaciones con su cielo falso. Las medidas de cada habitación, en general son:

5 HABITACIONES	**1 PUERTA**	**2 VENTANAS**
$ancho = (3x - 5)\ metros$ $largo = (5x - 7)\ metros$ $alto\ = (2x - 3)\ metros.$	$(x - 1) metros\ de\ alto$ $(3 - y)\ metros\ de\ ancho$	$(2x - y)\ metros\ de\ largo$ $(2y - x)\ metros\ de\ alto$

Si cada m^2 de pared se paga \$$y$, mientras que cada m^2 de cielo a \$$x$ ¿Cuánto se pagó en total si $x = 3$ e $y = 2$?

Pared	***Cielo***	***Puerta***	***Ventana***
$ancho = 3(3) - 5 = 4\ metros$ $largo = 5(3) - 7 = 8\ metros$ $alto\ = 2(3) - 3 = 3\ metros.$	$ancho = 3(3) - 5 = 4\ metros$ $largo = 5(3) - 7 = 8\ metros$	$Alto = (3) - 1 = 2\ m$ $Ancho = 3 - (2)$ $= 1\ m$	$largo = 2(3) - (2)\ m$ $alto = 2(2) - (3)\ m$
2 paredes con superficie $3x8 = 24m^2\ c/u$ *2 paredes con superficie* $3x4 = 12m^2\ c/u$	*Superficie:* $4x8 = 32\ m^2$	*Superficie:* $2x1 = 2m^2$	*Superficie:* $4x1 = 4m^2$
Superficie total por cada habitación: $24\ m^2 * 2 + 12\ m^2 * 2 = 72\ m^2$ *Disminuida la superficie de las 2 ventanas y 1 puerta* $72\ m^2 - (8 + 2) = 62\ m^2$ *Superficie total por las cinco habitaciones:* $62\ m^2 x5 = \mathbf{310\ m^2}$	*Gasto total:* $310m^2 * \$2 + 160m^2 * \$3 = \$1,100$		

ACTIVIDAD DE INTEGRACIO.

*Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 68 y 69 del libro de texto **EJERCICIOS 1**, apartado I, II, III. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 8º grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:_____________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 2. OPEREMOS CON POLINOMIOS ***Objetivo de unidad:*** *Que el alumno sea capaz de Interpretar la realidad valorando y utilizando el lenguaje algebraico de los polinomios, así como proponer soluciones a problemáticas económicas y sociales, a través de los productos y cocientes notables.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
2. Suma y resta.	✓ *Resolución de sumas y restas de polinomios con signos de agrupación.* ✓ *Resolución de problemas aplicando suma y resta de polinomios.*	✓ *Orden y seguridad al resolver el ejercicio de suma y resta de polinomios.* ✓ *Seguridad al introducir o suprimir signos de agrupación en la suma y resta de polinomios.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Resolución de sumas y restas de polinomios con signos de agrupación.* ✓ *Resolución de problemas aplicando suma y resta de polinomios.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Resuelve sumas y restas de polinomios con signos de agrupación.* ✓ *Resuelve problemas aplicando suma y resta de polinomios.* ✓ *Muestra Orden y seguridad al resolver el ejercicio de suma y resta de polinomios.* ✓ *Muestra Seguridad al introducir o suprimir signos de agrupación en la suma y resta de polinomios.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 2: Suma y Resta de Polinomios

2.1 Suma de Polinomios.

Al efectuar la suma en algebra se debe tener presente lo siguiente:
Solo se pueden sumar los términos que tienen las mismas letras elevadas a los mismos exponentes, es decir, solamente pueden sumarse términos semejantes. Si no existen términos semejantes entonces la suma se deja indicada.

En la práctica para ***sumar*** dos o más ***polinomios*** suelen colocarse unos debajo de los otros, de tal modo que los ***términos semejantes*** queden en ***columna***, para facilitar la reducción de éstos, separados unos de otros con sus respectivos signos.

Ejemplos: ***Hallar*** las ***sumas***:

a) $\mathbf{3a+2b-c}$ con $\mathbf{2a+3b+c}$. De acuerdo con lo indicado se tiene.

$$\begin{array}{l} 3a+2b-c \\ \underline{2a+3b+c} \\ \mathbf{5a+5b+0} \end{array}$$

b) $\mathbf{7a-4b+5c}$ con $\mathbf{-7a+4b-6c}$. Ordenando:

$$\begin{array}{l} \;\;7a-4b+5c \\ \underline{-7a+4b-6c} \\ \;\mathbf{0\;\;+0\;\;-c} \end{array}$$

c) $\mathbf{9x-3y+5}$ con $\mathbf{-x-y+4}$ y $\mathbf{-5x+4y-9}$. Ordenando:

$$\begin{array}{l} 9x-3y+5 \\ -x-\;\;y+4 \\ \underline{-5x+4y-9} \\ \mathbf{3x\;\;+0\;\;+0} \end{array}$$

d) $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{3}xy$ con $\frac{1}{2}xy+\frac{1}{4}y^2$. Ordenando:

$$\begin{array}{llll} \frac{1}{2}x^2 & +\frac{1}{3}xy & +0 & \\ 0 & +\frac{1}{2}xy & +\frac{1}{4}y^2 & \\ \hline \frac{1}{2}x^2 & +\frac{1}{3}xy+\frac{1}{2}xy & +\frac{1}{4}y^2 & \end{array}$$

Simplificando:

$$\frac{1}{2}x^2+\left(\frac{2+3}{6}\right)xy+\frac{1}{4}y^2=\mathbf{\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{6}xy+\frac{1}{4}y^2}$$

e) $\mathbf{5ab-3bc+4cd}$, $\mathbf{2bc+2cd-3de}$, $\mathbf{4bc-2ab+3de}$ y $\mathbf{-3bc-6cd-ab}$. Ordenando:

$$\begin{array}{llll}
5ab & -3bc+4cd & +0 & \\
0 & +2bc+2cd-3de & & \\
-2ab+4bc+0 & +3de & & \\
-ab & -3bc-6cd+0 & & \\
\hline
\mathbf{2ab} & \mathbf{+0} & \mathbf{+0} & \mathbf{+0}
\end{array}$$

f) $\mathbf{(a-b)-(b+c-d)+(b+c-d)+(2b-a)} = a-b-b-c+d+b+c-d+2b-a = \mathbf{b}$

g) $\mathbf{a^2-(b^2-c^2)+b^2-(a^2+c^2)-c^2-(a^2-b^2)} =$

$= a^2-b^2+c^2+b^2-a^2-c^2-c^2-a^2+b^2 = \mathbf{-a^2+b^2-c^2}$

h) $\mathbf{a^2+2b-6a-[3b-6a+6b]} = a^2+2b-6a-[-6a+9b] = a^2+2b-6a+6a-9b =$

$= \mathbf{a^2-7b}$

i) $\mathbf{(x+y-z)-(x-y+z)+(-x+y+z)-(-x-y+z)} =$

$= x+y-z-x+y-z-x+y+z+x+y-z = \mathbf{4y-2z}$

j) $\mathbf{(4x^3-2x^2+x+1)-(3x^3-x^2-x-7)-(x^3-4x^2+2x+8)} =$

$= 4x^3-2x^2+x+1-3x^3+x^2+x+7-x^3+4x^2-2x-8 = \mathbf{3x^2}$

Ejemplos:
Sumar el polinomio $3x^3-4x^2+5 \;\; con \;\; 5x^3+9x^2-3x+10$
Sumar el polinomio $5x^4-6x^2-7 \;\; con \;\; 7x^4+8x^2+10x+9$

2.2 Resta de Polinomios.

Al efectuar la resta en algebra se debe tener presente lo siguiente:
Solo se pueden restar los términos que tienen las mismas letras elevadas a los mismos exponentes, es decir, solamente pueden restarse términos semejantes. Si no existen términos semejantes entonces la resta se deja indicada.

Cuando el ***sustraendo*** es un ***polinomio***, hay que ***restar*** del ***minuendo*** cada uno de los términos del ***sustraendo***, así que a continuación del ***minuendo*** escribiremos el ***sustraendo cambiándose el signo*** a todos sus términos.

La ***resta*** se realiza de igual manera que la ***suma*** de ***polinomios***.

Ejemplos:

a) De $\mathbf{a+b}$ ***restar*** $\mathbf{a-b}$. Ordenando:

$$\begin{array}{ll}
a+b & \text{minuendo} \\
-a+b & \text{sustraendo} \\
\hline
\mathbf{+2b} & \textbf{diferencia}
\end{array}$$

b) De $8a+3b$ *restar* $-3a+4$. Ordenando:

$8a+3b$		minuendo
$3a$	-4	sustraendo
$11a+3b-4$		**diferencia**

c) De $4x-3y-2z$ *restar* $-3x+2y+7z$. Ordenando, se tiene:

$4x-3y-2z$	minuendo
$3x-2y-7z$	sustraendo
$7x-5y-9z$	**diferencia**

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 2.
*Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 78, 79 y 80 apartados I, II, del libro de texto **EJERCICIOS 2**. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

Ejemplo:
Resta el Polinomio $15x^3-12x^2+9\ \ de\ \ 24x^3-18x^2+x-2$
Resta el Polinomio $7x^3-15x^2+8x-2\ \ con\ \ 1+2x^2+10x^3-5x$

2.3 Suma y Resta combinadas de Polinomios.

Seguimos las mismas reglas, con la novedad que hay que efectuar los cálculos por aparte.

Ejemplo 1:
De $45x^3-15x^2+7x-19$ restemos la suma de $2x^3-8x^2+5x-2$ con $-18x^2+x-12$

Ejemplo 2:
A la suma de $5x^3-15x^2+7x-19$ con $14x^3-12x^2+8x$ restale la suma de $3x^3-5x^2+4x-8$ con $4x^3-7x^2+9x-10$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 3.
*Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 78 apartados III del libro de texto **EJERCICIOS 2**. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

Resolución de suma y resta de Polinomios con signos de agrupación.

Supresión e introducción de signos de agrupación.
Los signos son: llaves { }, corchetes [ ] y paréntesis ( ). Las expresiones encerradas por dichos signos se consideran como una sola cantidad, es decir, como separación de operación.

Supresión de Signos de Agrupación.

Para suprimir signos de agrupación, efectuamos las operaciones indicadas en ellos, comenzando por los más internos, hasta eliminar todos los signos , si un signo de agrupación se dejan con los signos que tienen, pero si un signo de agrupación esta precedido por el signo menos, se elimina pero las cantidades contenidas en dicho signo de agrupación cambian de signo.

Ejemplo: Suprimir los signos de agrupación.

1. $(3x^2+7)+(7x^2-3)$
2. $(3x^2+7)-(7x^2-3)$
3. $\frac{3x}{8}-\left\{\frac{6x}{7}-\left[\left(\frac{2x}{3}+\frac{x}{5}\right)-\left(\frac{16x}{21}-\frac{3x}{7}+\frac{2x}{3}\right)\right]-3x\right\}+\frac{x}{5}$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION.
*Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 79 apartados IV del libro de texto **EJERCICIOS 2**. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

Introducción de signos de agrupación.

Este es el proceso inverso de la supresión de signos y se utiliza para agrupar algunos términos. Los cuales queremos que representen una sola cantidad. Para introducir cantidades dentro de un signo de agrupacion precedido del signo + se deja cada una de las cantidades con el mismo signo que tengan. Si el signo esta precedido de un signo – se cambia el signo a cada una de las cantidades que se incluyen en dicho signo de agruapacion.

- Ejemplo 1. Introducir en un àrentesis precedido del signo + las ultimas tres cantidades de la expresión $\mathbf{3x^2+7x-7x^3-3}$

- Ejemplo 2: Introducir en un paréntesis precedida del signo – las ultimas tres cantidades de la expresión $\mathbf{3x^2+7x-7x^3-3}$

- Ejemplo 3. Introducir dentro de un paréntesis precedido del signo + la 2º y 3º cantidades en otro paréntesis precedido del signo menos las dos ultimas cantidades de la expresión siguiente:
- $\mathbf{3x^2+12-4x-3+x}$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION.
*Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 79 apartados V del libro de texto **EJERCICIOS 2**. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

Ejemplos de aplicación de suma y resta de polinomios.

1. Las dimensiones de un terreno rectangular son en general “y” metros de ancho, “x” metros de largo. Se desea cercarlo con dos clases de valla. La del frente (uno de los largos) cuesta $3 el metro y el de los otros tres lados cuesta $2:50 el metro.

   a) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el costo total?
   b) ¿Cuál es el costo total cuando x=90, mientras que y=50?

2. Una persona compra yucas, papas, tomates y cebollas: el número de papas es el doble de las yucas y el número de tomates es el triple de las cebollas. Se sabe que compro “X” yucas e “Z” Cebollas. El precio al que pago cada producto es $0.40 la yuca, $0.20 la papa, $0.50 el tomate, $0.30 la cebolla.
   a) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el costo total?
   b) ¿Cuál es el costo total cuando x=20, mientras que y=30?

ACTIVIDAD DE INTEGRACION.
*Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página79 apartados VI del libro de texto **EJERCICIOS 2**. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 8º grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:______________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 2. OPEREMOS CON POLINOMIOS ***Objetivo de unidad:*** *Que el alumno sea capaz de Interpretar la realidad valorando y utilizando el lenguaje algebraico de los polinomios, así como proponer soluciones a problemáticas económicas y sociales, a través de los productos y cocientes notables.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
3. Potencia de exponentes enteros.	✓ *Deducción y utilización de las propiedades de las potencias enteras.* ✓ *Resolución de problemas aplicando las propiedades de las potencias enteras.*	✓ *Confianza y seguridad al deducir y utilizar las propiedades de los exponentes.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Deducir y Utilizar las propiedades de las potencias enteras.* ✓ *Resolver problemas aplicando las propiedades de las potencias enteras.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Deduce y Utiliza las propiedades de las potencias enteras.* ✓ *Resuelve problemas aplicando las propiedades de las potencias enteras.* ✓ *Muestra Confianza y seguridad al deducir y utilizar las propiedades de los exponentes.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Potencia de exponentes enteros.

La expresión b^n es la potencia n-esima de b, y es el producto de n factores cada uno igual a b. donde "b" es la base, "n" el exponente y b^n la potencia.

Ejemplo:

producto	***Potencia***	***resultado***	***Se lee***	***Los elementos son***
a) $(2x)(2x)$	$(2x)^2$	$4x^2$	*Dos "x" al cuadrado*	*Base: 2x* *Exponente: 2*
b) $\left(-\frac{2}{3}h\right)\left(-\frac{2}{3}h\right)\left(-\frac{2}{3}h\right)\left(-\frac{2}{3}h\right)$	$\left(-\frac{2}{3}h\right)^4$	$\frac{16}{81}h^4$	*Menos dos tercios de "h" a la cuarta*	*Base -2/3 h* *Exponente: 4*
c) $(-4z)(-4z)(-4z)$	$(-4z)^3$	$-16z^3$	*Menos cuatro "z" al cubo*	*Base: -4z* *Exponente: 3*
d) $(5y)(5y)(5y)(5y)(5y)$	$(5y)^5$	$31256y^5$	*Cinco "y" a la quinta.*	*Base: 5y* *Exponente: 5*

Los exponentes 2, 3, 4, 5 todos son enteros positivos y el resultado puede ser positivo o negativo ¿de qué depende? Depende de la base y el exponente.

En los ejemplos a) la base es "2x" y en el de d) la base es "5y" en ambos casos son positivos, entonces el resultado siempre será positivo.
En los ejemplos b) la base es "-2/3 h" y en el c) la base es "-4h" ambos casos son negativos, pero el resultado en ambos casos es positivo porque el exponente es par, o sea:

$(-)(-) = (+) \rightarrow (+)(-) = (-) \rightarrow (-)(-) = (+)$ *Sin embargo el resultado de* $(-2)^3$ *es negativo porque el exponente es impar, es decir* $(-)(-)(-) = (-)$

Conclusión:

- *Toda base negativa o positiva elevada a exponente par, el resultado siempre será positiva.*
- *Toda base negativa elevada a un exponente impar el resultado será negativo.*
- *Toda base positiva elevada a un exponente impar, el resultado será positivo.*

Propiedades		**Ejemplo**
$\boldsymbol{a^n \cdot a^p = a^{n+p}}$	El producto de dos potencias que tienen la misma base es otra potencia de la misma base y de exponente la suma de los exponentes.	$7^2 \cdot 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$
$\boldsymbol{\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$	El cociente de dos potencias que tienen la misma base es otra potencia de la misma base y de exponente la diferencia de los exponentes.	$\frac{6^5}{6^3} = 6^{5-3} = 6^2$
$\boldsymbol{(a^n)^p = a^{n \cdot p}}$	Una potencia elevada a otra potencia es una nueva potencia de la misma base y de exponente el producto de los exponentes.	$(5^2)^3 = 5^{2\cdot 3} = 5^6$
$\boldsymbol{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$	La potencia de un producto es igual al producto de cada uno de los factores elevado al mismo exponente.	$(3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2$
$\boldsymbol{(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}}$	La potencia de un cociente es igual al cociente de cada uno de los números elevado al mismo exponente.	$(\frac{2}{5})^3 = \frac{2^3}{5^3}$
$\boldsymbol{a^0 = 1, a \neq 0}$	Todo número distinto de cero elevado a cero es igual a uno.	$2^0 = 1$
$\boldsymbol{a^1 = a}$	Todo número elevado a uno es igual a dicho número.	$5^1 = 5$

Ejemplos: transforme las siguientes expresiones utilizando las propiedades de los exponentes.

a) 3^{-5}

b) $\left(-\frac{3xh}{5z}\right)^{-4}$

c) $\frac{1}{(6z)^{-2}}$

d) $\frac{(4x)^5}{(4x)^5}$

e) $(5x)^3$

f) $\frac{(8z)^7}{(8z)^6}$

g) $\frac{(-4x)^4}{(6x)^2}$

h) $[(6x)^2(2x)^3]^2$

i) $\frac{(-4z^2)^3}{(2z)^6}$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION.

*Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 95 apartados I del libro de texto **EJERCICIOS 3**. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 8º grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:______________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 2. OPEREMOS CON POLINOMIOS ***Objetivo de unidad:*** *Que el alumno sea capaz de Interpretar la realidad valorando y utilizando el lenguaje algebraico de los polinomios, así como proponer soluciones a problemáticas económicas y sociales, a través de los productos y cocientes notables.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
4. Multiplicación de polinomios.	✓ *Realización de multiplicaciones de: polinomios por monomios, polinomios por polinomios.* ✓ *Resolución de problemas aplicando la multiplicación de polinomios.*	✓ *Seguridad y confianza al resolver problemas aplicando la multiplicación de polinomios.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Realizar multiplicaciones de: polinomios por monomios, polinomios por polinomios.* ✓ *Resolver problemas aplicando la multiplicación de polinomios.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Realiza multiplicaciones de: polinomios por monomios, polinomios por polinomios.* ✓ *Resuelve problemas aplicando la multiplicación de polinomios.* ✓ *Muestra Seguridad y confianza al resolver problemas aplicando la multiplicación de polinomios.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 4. Multiplicación de Polinomios.

Producto: la multiplicación o producto de expresiones algebraicas, es siempre una suma abreviada. Los elementos de una multiplicación son multiplicando y multiplicador o factores y el resultado es el producto.

Multiplicación de monomios. Para ***multiplicar*** un ***monomio*** por otro, se empieza por aplicar la ***regla de los signos*** para la ***multiplicación***, después se ***multiplican*** los ***coeficientes*** y finalmente las ***literales***; si éstas son todas diferentes se colocan unas a continuación de las otras con sus propios ***exponentes*** y ***sin signos intermedios***. Cuando intervienen ***potencias*** con la ***misma base***, se conserva la misma ***base*** y se ***suman*** los ***exponentes***.

Ejemplos:

a) $(ab)(ab) = a^2b^2$

b) $(-9a^3bc^2)(-8d^3e^4g) = 72a^3bc^2d^3e^4g$

c) $(-3ax)(5ay) = -15a^2xy$

d) $\left(-\frac{1}{4}xy^2\right)(5xz) = -\frac{5}{4}x^2y^2z$

e) $(6x^2y^4z^3)(-4xyz^4) = -24x^3y^5z^7$

f) $(3a^{x+2})(5a^{x+7}) = 15a^{2x+9}$

Multiplicación de un polinomio por un monomio. Para ***multiplicar*** un ***polinomio*** por un ***monomio***, se ***multiplica*** éste por todos y cada uno de los ***términos*** del ***polinomio***, tomando en cuenta la ***regla de los signos***, y se ***suman*** algebraicamente los resultados.

Ejemplos:

a) $(3x^3 - x^2 + 2x - 4)(-2x^2) = -6x^5 + 2x^4 - 4x^3 + 8x^2$

b) $(5a^4b^2c^3 - 12ab^5c - 6a^5c^2)(-3abc) = -15a^5b^3c^4 + 36a^2b^6c^2 + 18a^6bc^3$

c) $(a^mb^n + 3a^{m-1}b^{n+2} - a^{m-2}b^{n+3})(4a^mb^3) = 4a^{2m}b^{n+3} + 12a^{2m-1}b^{n+5} - 4a^{2m-2}b^{n+6}$

Multiplicación de polinomios. Para ***multiplicar*** un ***polinomio*** por otro, se ***multiplican*** todos y cada uno de los ***términos de uno de ellos*** por todos y cada uno de los ***términos del otro***, teniendo en cuenta la ***regla de los signos***, y se ***suman*** algebraicamente los resultados; finalmente se hace la correspondiente ***reducción*** de términos semejantes.

Ejemplos:

a)
$$(x^3 + 2x^2 - x)(x^2 - 2x + 5) = x^5 - 2x^4 + 5x^3 + 2x^4 - 4x^3 + 10x^2 - x^3 + 2x^2 - 5x =$$
$$= x^5 + 12x^2 - 5x$$

b)
$$(x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 + xy) = x^4 + x^2y^2 + x^3y + x^2y^2 + y^4 + xy^3 - x^3y - xy^3 - x^2y^2 =$$
$$= x^4 + x^2y^2 + y^4$$

c)
$$(a^4 + a^3b + a^2b^2)(3a^2 - 2ab + b^2) =$$
$$= 3a^6 - 2a^5b + a^4b^2 + 3a^5b - 2a^4b^2 + a^3b^3 + 3a^4b^2 - 2a^3b^3 + a^2b^4 =$$
$$= 3a^6 + a^5b + 2a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4$$

d)
$$(x - a)(x - b)(x - c) = (x^2 - bx - ax + ab)(x - c) =$$
$$= x^3 - bx^2 - ax^2 + abx - cx^2 + bcx + acx - abc$$

Ejercicios de aplicación empleando la multiplicación de polinomios.

Ejemplo1.
En un comedor de la calle el volcán ofrecen almuerzos a \$2.50, a este precio venden diariamente 400 almuerzos, el costo de cada almuerzo es de \$1. Pero el propietario ha decidido aumentar el precio, averiguando que por cada \$0.25 de aumento, deja de vender 20 almuerzos.

a) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la ganancia diaria?
b) ¿Cuál es la ganancia diaria si hubo 7 aumentos de \$0.25 cada uno?

Ejemplo 2.
Se construye una caja cerrada, donde el largo es 75 cm mayor que el ancho y el alto es 50 cm menor que el ancho.

a) ¿Cuál es la expresión que representa el volumen?
b) ¿Cuál es el volumen de la caja si el ancho es 125 cm?

ACTIVIDAD DE INTEGRACION.
*Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 96 apartados II, III, IV del libro de texto **EJERCICIOS 3**. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

MISCELANEA.
Multiplicación de Monomios por monomios.

1. $(ab)(-ab)$
2. $(-3x^3y)(xy)$
3. $(abc)(c^2d)$
4. $(-8m^2n^4)(-9a^2mx^3)$
5. $(-5a^mb^n)(-6a^2b^3x)$
6. $(4a^nb^x)(-ab^{x+1})$
7. $(3x^{n+2}b^{n+5})(-5x^{n+5}b^{n+1})$
8. $(-5m^an^{b-1}c^{-3})(-7m^{2a-3}n^{b-4}c^{d-1})$
9. $(a^mb^nc)(a^{2m-1}b^{3n+7}c^{-1})$
10. $\left(\frac{2}{3}abc\right)\left(\frac{2}{7}a^3b^nc^{1-s}\right)$
11. $\left(-\frac{3}{5}x^3y^4z^a\right)\left(-\frac{5}{6}x^{n-3}y^{n-3}z^b\right)$
12. $\left(\frac{2}{11}a^{x+1}b^{x-3}c^2\right)\left(-\frac{44}{7}a^{x-3}b^2c^{y-2}\right)$
13. $(2a)(-a^3)(-3a^3)(4a)$
14. $(4a^2)(-5a^3x^2)(-ax^3y)$
15. $(-a^m)(-2ab)(-3a^2b^x)(b^y)$
16. $(-a^mb^x)(-2a^2b^3)(-2ab)(-3b^2x)$
17. $\left(\frac{1}{2}a^nx^3\right)\left(-\frac{2}{3}a^2x\right)(-\frac{3}{5}a^mx^2)$
18. $\left(-\frac{1}{2}x^2y^3z\right)\left(-\frac{3}{5}xyz^{-n}\right)(-\frac{10}{3}x^{-3}y^{-2}z^m)\left(-\frac{3}{4}x^2y\right)$

Multiplicación de un monomio por un Polinomio.

1. $(a^3-4a^2+6a)(-ab)$
2. $(a^mb^n+a^{m-1}b^{n+1}+a^{m-2}b^{n+2})(3a^2b)$
3. $(x^3-4x^2y+6xy^2)(ax^3y)$
4. $(x^{a+5}-3x^{a+4}+x^{a+3}-5x^{a+1})(-2x^2)$
5. $\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b\right)\left(-\frac{2}{3}a^3b\right)$
6. $\left(\frac{3}{5}a-\frac{1}{6}b+\frac{2}{5}c\right)\left(-\frac{5}{3}ac^2\right)$
7. $\left(\frac{2}{3}m^3+\frac{1}{2}m^2n-\frac{5}{6}mn^2-\frac{1}{9}n^3\right)\left(\frac{3}{4}m^2n^3\right)$

Multiplicación Polinomios por polinomios

1. $(a-3)(a+1)$
2. $(5a-7b)(a+3b)$
3. $(-4y+5x)(-3x+2y)$
4. $(6m-5n)(-n+m)$
5. $(n^2+xy+y^2)(x-y)$
6. $(m^3-m^2+m-2)(am+a)$
7. $(a^2+a+1)(a^2-a-1)$
8. $(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)(x+y+z)$
9. $(a^nb-a^{n-1}b^2+2a^{n-2}b^3-a^{n-3}b^4)(a^nb^2-a^{n-2}b^4)$

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL GUION DE CLASE *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 8º grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:______________* *Periodo: ______________*

UNIDAD 2. OPEREMOS CON POLINOMIOS ***Objetivo de unidad:*** *Que el alumno sea capaz de Interpretar la realidad valorando y utilizando el lenguaje algebraico de los polinomios, así como proponer soluciones a problemáticas económicas y sociales, a través de los productos y cocientes notables.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
5. Productos notables.	✓ *Deducción, explicación y resolución de ejercicios que muestran la aplicación de productos notables.*	✓ *Seguridad y precisión en la deducción, explicación y resolución de ejercicios que muestran la aplicación de productos notables.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Deducir, explicar y resolver ejercicios que muestran la aplicación de productos notables.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Deduce, explica y resuelve ejercicios que muestran la aplicación de productos notables.* ✓ *Muestra Seguridad y precisión en la deducción, explicación y resolución de ejercicios que muestran la aplicación de productos notables.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 5: Productos Notables.
Productos que aparecen con frecuencia y su resultado se obtiene por simple inspección. Los más utilizados son: cuadrado de un binomio, cubo de un binomio, suma por diferencia de dos cantidades.

5.1 Binomio al cuadrado

►**La suma de dos términos** (binomio) **al cuadrado**, es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primer término por el segundo término, más el cuadrado del segundo término.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

El desarrollo de un **binomio al cuadrado** se llama **trinomio cuadrado perfecto**.

Ejemplos:

1) $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10\,x + 25$
2) $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6\,x + 9$
3) $(x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2 = x^2 + 2\,x\,y + y^2$
4) $(u + 2v)^2 = u^2 + 2 \cdot u \cdot 2v + (2v)^2 = u^2 + 4uv + 4v^2$
5) $(4x + 3y)^2 = (4\,x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 3y + (3y)^2 = 16x^2 + 24\,x\,y + 9y^2$

Ejercicios de Tarea:

1) $(2x + 3y)^2$
2) $(x + 2y)^2$
3) $(3x + 4y)^2$
4) $(x^2 + y^2)^2$
5) $(5a + 4b)^2$
6) $(a^2 + \frac{1}{2} b^2)^2$
7) $(x + 1/2\,y)^2$
8) $(3a + 2b)^2$
9) $(2u + v/2)^2$
10) $(u^2 + 4v)^2$

►**La resta de dos términos** (binomio) **al cuadrado**, es igual al cuadrado del primer término, menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado segundo.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

El desarrollo de un **binomio al cuadrado** se llama **trinomio cuadrado perfecto**.

Ejemplos:

1) $(x - 2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (-2) + 2^2 = x^2 - 4\,x + 4$
2) $(4x - 3)^2 = (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot (-3) + (-3)^2 = 16x^2 - 24\,x + 9$
3) $(2u - 6)^2 = (2u)^2 + 2 \cdot 2u \cdot (-6) + (-6)^2 = 4u^2 - 24u + 36$
4) $(4x - 3)^2 = (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot (-3) + (-3)^2 = 16x^2 - 24\,x + 9$
5) $(x^2 - 3x)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot (-3x) + (-3x)^2 = x^4 - \ x^3 + 9x^2$
6) $(x - y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (-y) + (-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Ejercicios de Tarea:

1) $(3a - 2b)^2$
2) $(x - 1/2y)^2$
3) $(1/2x^2 - 1/2\,y^2)^2$
4) $(x - 3)\,(x + 3)$
5) $(x + y)\,(x - y)$
6) $(u^2 - v^2)^2$
7) $(a^2 - 1/2b^2)^2$
8) $(-2u + v/2)^2$
9) $(-3a + 2b)^2$
10) $(2u^2 - v^{1/2})^2$

5.2 Binomio al cubo

►**Cubo de un binomio**, es igual al cubo del primer término, más tres veces el cuadrado del primero por el segundo, más tres veces el primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

1. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2\,b + 3ab^2 + b^3$
2. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2\,b + 3a\,b^2 - b^3$

P r o c e d i m i e n t o

1. Identificar a y b en el binomio
2. Aplicar alguna de las fórmulas (3) y (4), según corresponda
3. Efectuar las operaciones indicadas
4. Hacer simplificaciones

Ejemplos:

1) $(3x+2y)^3 = (3x)^3 + 3\cdot(3x)^2\cdot 2y + 3\cdot(3x)\cdot(2y)^2 + (2y)^3$
$= \mathbf{9x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3}$

2) $(2x - 3y)^3 = (2x)^3 + 3\cdot(2x)^2(-3y) + 3\cdot(2x)\cdot(-3y)^2 + (-3y)^3$
$= \mathbf{8x^3 - 36x^2y + 18xy^2 - 27y^3}$

3) $(u+2v)^3 = (u)^3 + 3\cdot(u)^2\cdot 2v + 3\cdot(u)\cdot(2v)^2 + (2v)^3$
$= \mathbf{u^3 + 6u^2v + 12uv^2 + 8v^3}$

4) $(2u^2-3uv^2)^3 = (2u^2)^3+3\cdot(2u^2)^2(-3uv^2)+3\cdot(2u^2)(-3uv^2)^2+(-3uv^2)^3$
$= \mathbf{8u^6 - 36u^5v^2 + 54u^4v^2 - 27u^3v^6}$

5) $(mn+pq)^3 = (mn)^3 + 3\cdot(mn)^2\cdot pq + 3\cdot(mn)\cdot(pq)^2 + (pq)^3$
$= \mathbf{m^3n^3 + 3m^2n^2pq + 3mnp^2q^2 + p^3q^3}$

Ejercicios de Tarea:

1) $(3a - 2b)^3$
2) $(u^2 - v^2)^3$
3) $(x-2y)^3$
4) $(-2u + v/2)^3$
5) $(x - 3)(x + 3)^2$
6) $(a^2 - 2b^2)^3$
7) $(2x^2 - 2y^2)^3$
8) $(-3a + 2b)^3$
9) $(x+y)^2(x - y)$
10) $(2u^2 - v^{1/3})^3$

5.3 Binomios conjugados

► **Binomios conjugados,** son aquellos que se diferencian solamente por el signo de la operación.

$$\mathbf{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}$$

La suma de dos términos multiplicada por su diferencia, es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

Ejemplos:

1) $\mathbf{(3x+2y)(3x-2y) = (3x)^2 + (3x)(-2y) + (2y)(3x) + (2y)(-2y))}$
$\mathbf{= 9x^2 - \cancel{6xy} + \cancel{6xy} - 4y^2 = 9x^2 - 4y^2}$

2) $\mathbf{(x-3y)(x+3y) = (x)^2 + (x)(3y) + (-3y)(x) + (3y)(-3y))}$
$\mathbf{= x^2 + \cancel{3xy} - \cancel{3xy} - 9y^2 = x^2 - 9y^2}$

3) $\mathbf{(u+2v)(u-2v) = (u)^2 + u(-2v) + (2v)(u) + (2u)(-2v)}$
$\mathbf{= u^2 - \cancel{2uv} + \cancel{2uv} - 4v^2 = u^2 - 4v^2}$

4) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a^2)(a^2) + (a^2)(b^2) + (a^2)(-b^2) + (-b^2)(b^2)$

$= a^4 + \cancel{(a^2)(b^2)} - \cancel{(a^2)(b^2)} - b^4 = a^4 - v^4$

5) $(mn+pq)(mn-pq) = (mn)^2 + (mn)(-pq) + (pq)(mn) + (pq)(-pq)$

$= (mn)^2 - \cancel{(mn)(pq)} + \cancel{(mn)(pq)} - (pq)^2$

Ejercicios de Tarea:

1) $(a^3b^2 + 2ab)(a^3b^2 - 2ab)$
2) $(9x-3y)(9x+3y)$
3) $(2u^2-2v^2)(2u^2+2v^2)$
4) $(x - 3)(x + 3)$
5) $(x + y)(x - y)$
6) $(uv^2 - u^2v)(uv^2 + u^2v)$
7) $(a^2 + 2b^2)(a^2 - 2b^2)$
8) $(-2u + v/2)(2u + v/2)$
9) $(3a + 2b)(-3a + 2b)$
10) $(2u^2 - v^{1/3})(2u^2 + v^{1/3})$

5.4 Producto de binomios con un término común

► **El producto de dos binomios que tienen un término común**, es igual al cuadrado del término común, más la suma de los términos no comunes multiplicado por el término común, más el producto de los términos no comunes.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \qquad (6)$$

Ejemplos:

1) $(x - 2)(x + 3) = x^2 + x(3) + x(-2) + (-2)3$

$= x^2 + x(3 - 2) - 6 = \mathbf{x^2 + x - 6}$

2) $(4x + y)(4x - z) = (4x)^2 + 4x(-z) + (4x)y + y\cdot(-z)$

$= \mathbf{16x^2 + 4x(y - z) - yz}$

3) $(2u+v)(2u + 1) = (2u)^2 + 2u(1) + 2u(v) + v(1)$

$= \mathbf{4u^2 + 2u(1 + v) + v}$

4) $(4x - 3)(4x - y)^2 = (4x)^2 + 4x(-y) + 4x(-3) + (-3)(-y)$

$= \mathbf{16x^2 + 4x(-y - 3) + 3y}$

5) $(x^2 - 3x)(x^2 + 4) = (x^2)^2 + x^2(4) + (x^2)(-3x) + (-3x)(4)$

$= \mathbf{x^4 + x^2(4-3x) - 12x}$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 97 apartados V del libro de texto ***EJERCICIOS 3****. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

Ejercicios de Tarea:

1) $(m - 3)(m + 2)$
2) $(u^2 - v)(u^2 + v^2)$
3) $(x + 3)(x + 7)$
4) $(a^2 - 3b)(a^2 + 2b)$
5) $(x^2 - x)(x^2 + 2)$
6) $(-2u + v)(-2u + w)$
7) $(x^2 - 3)(x^2 + 1)$
8) $(-3a + 2)(-3a - 4)$
9) $(3a - 2)(3a + 1)$
10) $(2u^{1/2} + 1)(2u^{1/2} - 4)$

<table>
<tr><td></td><td>COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL
GUION DE CLASE

Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.</td><td>Grado: 8º grado A y B
Asignatura: Matemática
Tiempo:______________
Periodo: _______________</td></tr>
<tr><td colspan="2">UNIDAD 2. OPEREMOS CON POLINOMIOS
Objetivo de unidad: Que el alumno sea capaz de Interpretar la realidad valorando y utilizando el lenguaje algebraico de los polinomios, así como proponer soluciones a problemáticas económicas y sociales, a través de los productos y cocientes notables.</td><td>Metodología:
La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.</td></tr>
<tr><td>CONTENIDOS CONCEPTUALES</td><td>CONTENIDOS PROCEDIMENTALES</td><td>CONTENIDOS ACTITUDINALES</td></tr>
<tr><td>6. División de polinomios.</td><td>✓ Aplicación de las propiedades de las potencias en la división de polinomios entre monomios y de polinomios entre polinomios.</td><td>✓ Seguridad al utilizar y explicar las propiedades de potencia en la división de polinomios.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: que el alumno sea capaz de:
✓ Aplicar las propiedades de las potencias en la división de polinomios entre monomios y de polinomios entre polinomios.</td><td>Material de Apoyo
• Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.
• Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Indicadores de logro.
✓ Aplica las propiedades de las potencias en la división de polinomios entre monomios y de polinomios entre polinomios.
✓ Muestra Seguridad al utilizar y explicar las propiedades de potencia en la división de polinomios.</td><td>Evaluación:
Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.
✓ Orden y aseo 5%
✓ Puntualidad 5%
✓ Desarrollo correcto 90%</td></tr>
</table>

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 6. División de Polinomios

Es una operación que tiene por objeto, dado el producto de dos factores (dividendo) y uno de los factores (divisor), hallar el otro factor (cociente), es decir, que el cociente multiplicado por el divisor produce el dividendo.

División de un monomio entre otro monomio. Para ***dividir*** un ***monomio*** entre otro, primero se aplica la ***regla de los signos*** para la ***división***, después se ***dividen*** entre si los ***coeficientes*** y finalmente las ***literales***. Cuando éstas son diferentes pueden conservarse en el mismo lugar, pero cuando se trata de ***potencias*** con la ***misma base*** se ***restan*** los ***exponentes***.

Ejemplos:

a) $$\frac{-45a^5b^8c^2xy^3}{9a^2b^2cd^4e} = -\frac{5a^3b^6cxy^3}{d^4e}$$

b) $$\frac{4a^3b^2}{-2a^2b} = -2ab$$

c) $$\frac{-20mx^2y^3}{4xy^3} = -5mx$$

d) $$\frac{-x^my^nz^a}{3xy^2z^3} = -\frac{1}{3}x^{m-1}y^{n-2}z^{a-3}$$

División de un polinomio entre un monomio. Se ***dividen*** todos los ***términos*** del ***polinomio*** entre el ***monomio***, separando los ***cocientes*** parciales con sus ***propios signos***.

Ejemplos:

a) $$\frac{3a^2-6a^2b+9ab^2}{3a} = a-2ab+3b^2$$

b) $$\frac{6a^8b^8-3a^6b^6-a^2b^3}{3a^2b^3} = 2a^6b^5-a^4b^3-\frac{1}{3}$$

c) $$\frac{84x^2y^5z^8-21x^4y^4z^3-49x^3y^3z^4}{7x^2y^2z^3} = 12y^3z^5-3x^2y^2-7xyz$$

d) $$\frac{2a^m-3a^{m+2}+6a^{m+4}}{-3a^3} = -\frac{2}{3}a^{m-3}+a^{m-1}-2a^{m+1}$$

e) $$\frac{4a^{x+4}b^{m-1}-6a^{x+3}b^{m-2}+8a^{x+2}b^{m-3}}{-2a^{x+2}b^{m-4}} = -2a^2b^3+3ab^2-4b$$

División de un polinomio entre otro polinomio. Sobre la base de la ***división aritmética***, se dará un ***método*** para la ***división*** entre ***polinomios***.

1 Se ***ordenan*** los ***términos*** del ***numerador*** y del ***denominador*** con relación a una ***letra***, en ***orden*** de ***potencias decrecientes***.

2 Se ***divide*** el ***primer término*** del ***numerador*** entre el ***primer término*** del ***denominador*** para ***obtener*** el ***primer término*** del ***cociente***.

3) Se *multiplica* el **cociente** obtenido por cada *término* del **denominador**, colocando el resultado en ***columna*** (debajo del término semejante en caso de existir, si no tiene semejante en el *numerador* se escribe en el lugar que le corresponda de acuerdo con la ***ordenación*** de ***potencias***), para poder *sustraerlo* del *numerador* al *producto* se le ***cambia de signo***.

4) **Considerar** el ***residuo*** obtenido como un nuevo *numerador* y repetir los pasos **2)** y **3)** para encontrar el *segundo término* del ***cociente*** y el siguiente ***residuo***.

5) **Continuar** el ***proceso*** hasta obtener un ***residuo*** que sea de ***menor grado*** que el ***grado*** del ***denominador***. Si el ***residuo*** es **cero**, la ***división es exacta***, y se puede expresar como:

$$\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} = \textit{cociente} = \frac{\text{dividendo}}{\text{divisor}}$$

Si el ***residuo*** es ***diferente*** de **cero**, se puede expresar como:

$$\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} = \textit{cociente} + \frac{\text{residuo}}{\text{denominador}}$$

Ejemplos

a) *Dividir* $a^2 + 4ab + 3b^2$ ***entre*** $a + b$. Podemos expresarlo como:

$$\frac{a^2 + 4ab + 3b^2}{a + b} = \frac{\begin{matrix}\text{numerador}\\ 0\\ \text{dividendo}\end{matrix}}{\begin{matrix}\text{denominador}\\ \text{o}\\ \text{divisor}\end{matrix}}$$

Para la *solución* hacemos uso del **símbolo** ,llamado **galera**, por lo que tendremos:

cociente: $a + 3b$

denominador o divisor: $a + b$

numerador o dividendo: $a^2 + 4ab + 3b^2$

$$
\begin{array}{r|l}
 & a + 3b \\
\hline
a + b & a^2 + 4ab + 3b^2 \\
 & \underline{-a^2 - ab} \\
 & 0 + 3ab + 3b^2 \\
 & \underline{-3ab - 3b^2} \\
 & 0 + 0
\end{array}
$$

Residuo =

Es una división exacta

b) *Dividir*: $3x^2 + 2x - 8$ *entre* $x + 2$. Siguiendo los pasos de ejemplo anterior, se tiene:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x - 4 \\
\hline
x + 2 & 3x^2 + 2x - 8 \\
 & \underline{-3x^2 - 6x} \\
 & 0 \quad -4x - 8 \\
 & \quad \underline{+4x + 8} \\
 & \qquad 0 = \text{residuo; } \textit{división exacta}
\end{array}
$$

c) *Dividir* $31x^2 - 9x + 35x^4 - 9x^2$ *entre* $5x^2 + 3x$. Arreglando *dividendo* y ***divisor*** en *orden* ***decreciente*** de sus ***potencias*** tenemos:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 7x^2 + 2x - 3 \\
\hline
5x^2 + 3x & 35x^4 + 31x^3 - 9x^2 - 9x \\
 & \underline{-35x^4 - 21x^3} \\
 & 0 \quad +10x^3 - 9x^2 - 9x \\
 & \quad \underline{-10x^3 - 6x^2} \\
 & \qquad 0 \quad -15x^2 - 9x \\
 & \qquad \quad \underline{+15x^2 + 9x} \\
 & \qquad \qquad 0 \qquad \textit{división exacta}
\end{array}
$$

d) *Dividir* $5a^4 - 2a + a^2 - 3$ *entre* $a - 1$. *Ordenando* se tiene:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 5a^3 + 5a^2 + 6a + 4 \\
\hline
a - 1 & 5a^4 + 0a^3 + a^2 - 2a - 3 \\
 & \underline{-5a^4 + 5a^3} \\
 & 0 \quad +5a^3 + a^2 - 2a - 3 \\
 & \quad \underline{-5a^3 + 5a^2} \\
 & \qquad 0 \quad +6a^2 - 2a - 3 \\
 & \qquad \quad \underline{-6a^2 + 6a} \\
 & \qquad \qquad 0 \quad +4a - 3 \\
 & \qquad \qquad \quad \underline{-4a + 4} \\
 & \qquad \qquad \qquad 0 \quad +1 =
\end{array}
$$

División no

Por lo que, también se puede expresar como:

$$\frac{5a^4+a^2-2a-3}{a-1}=5a^3+5a^2+6a+4+\left(\frac{1}{a-1}\right)$$

e) *Dividir* $x^3y+x^2y^2-5xy^3+y^4$ *entre* $x-y$

i) *Ordenando* con respecto a **x**; tenemos:

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2y + 2xy^2 - 3y^3 \\ \hline
x - y & x^3y + x^2y^2 - 5xy^3 + y^4 \\
 & \underline{-\,x^3y + x^2y^2} \\
 & 0 \quad + 2x^2y^2 - 5xy^3 + y^4 \\
 & \qquad \underline{-\,2x^2y^2 + 2xy^3} \\
 & \qquad\qquad 0 \quad - 3xy^3 + y^4 \\
 & \qquad\qquad\quad + \underline{3xy^3 - 3y^4} \\
 & \qquad\qquad 0 \quad - 2y^4
\end{array}$$

División no exacta

ii) *Ordenando* con respecto a y; tenemos :

$$\begin{array}{r|l}
 & -y^3 + 4xy^2 + 3x^2y + 2x^3 \\ \hline
-y + x & y^4 - 5xy^3 + x^2y^2 + x^3y \\
 & \underline{-\,y^4 + xy^3} \\
 & 0 - 4xy^3 + x^2y^2 + x^3y \\
 & \quad \underline{+\,4xy^3 - 4x^2y^2} \\
 & \qquad 0 \quad - 3x^2y^2 + x^3y \\
 & \qquad\quad \underline{+\,3x^2y^2 - 3x^3y} \\
 & \qquad\qquad 0 \quad - 2x^3y \\
 & \qquad\qquad\quad \underline{+\,2x^3y - 2x^4} \\
 & \qquad\qquad\qquad - 2x^4
\end{array}$$

División no exacta

f) **Hacer** la *división* de a^4-a^2-2a-1 *entre* a^2+a+1. *Ordenando*:

$$\begin{array}{r|l}
 & a^2 - a - 1 \\ \hline
a^2 + a + 1 & a^4 - 0a^3 - a^2 - 2a - 1 \\
 & \underline{-\,a^4 - a^3 - a^2} \\
 & 0 - a^3 - 2a^2 - 2a - 1 \\
 & \quad \underline{+\,a^3 + a^2 + a} \\
 & \qquad 0 \ - a^2 - a - 1 \\
 & \qquad\quad \underline{+\,a^2 + a + 1} \\
 & \qquad\qquad\qquad 0
\end{array}$$

División exacta

g) *Dividir* $x^6 + 6x^3 - 2x^5 - 7x^2 - 4x + 6$ *entre* $x^4 - 3x^2 + 2$. *Ordenando* y *dividiendo*:

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 - 2x + 3 \\
\hline
x^4 - 3x^2 + 2 & x^6 - 2x^5 + 0x^4 + 6x^3 - 7x^2 - 4x + 6 \\
 & \underline{-x^6 + 0 \;\; + 3x^4 \;\; + 0 \;\; - 2x^2} \\
 & 0 \;\; - 2x^5 + 3x^4 + 6x^3 - 9x^2 - 4x + 6 \\
 & \underline{+ 2x^5 + 0 \;\; - 6x^3 \;\; + 0 \;\; + 4x} \\
 & 0 \;\; + 3x^4 + 0 \;\; - 9x^2 \;\; + 0 \;\; + 6 \\
 & \underline{- 3x^4 + 0 \;\; + 9x^2 \;\; + 0 \;\; - 6} \\
 & 0
\end{array}
$$

División exacta

h) **Efectuar** la siguiente *división*: $2x - 3 \overline{)\,7x^3 - 3x^4 + 2x - 3}$. *Ordenando* tenemos:

$$
\begin{array}{r|l}
 & -\frac{3}{2}x^3 + \frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{8}x + \frac{61}{16} \\
\hline
2x - 3 & -3x^4 + 7x^3 + 0x^2 + 2x - 3 \\
 & \underline{+\frac{6}{2}x^4 - \frac{9}{2}x^3} \\
 & 0 \quad + \frac{5}{2}x^3 + 0x^2 + 2x - 3 \\
 & \underline{\quad -\frac{10}{4}x^3 + \frac{15}{4}x^2} \\
 & \quad 0 \quad + \frac{15}{4}x^2 + 2x - 3 \\
 & \underline{\quad\quad -\frac{30}{8}x^2 + \frac{45}{8}x} \\
 & \quad\quad 0 \quad + \frac{61}{8}x - 3 \\
 & \underline{\quad\quad\quad -\frac{122}{16}x + \frac{183}{16}} \\
 & \quad\quad\quad 0 \quad + \frac{135}{16}
\end{array}
$$

División no exacta

i) **Efectuar** la siguiente ***división***:

$$
\begin{array}{r|l}
 & \frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b \\
\hline
\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b & \frac{1}{6}a^2+\frac{5}{36}ab-\frac{1}{6}b^2 \\
 & -\frac{1}{6}a^2-\frac{1}{4}ab \\
\cline{2-2}
 & 0 \quad -\frac{1}{9}ab-\frac{1}{6}b^2 \\
 & \quad +\frac{1}{9}ab+\frac{1}{6}b^2 \\
\cline{2-2}
 & \quad 0 \qquad \textit{División exacta}
\end{array}
$$

j) **Hacer** la ***división*** que se indica:

$$
\begin{array}{r|l}
 & a^2-5ab+6b^2 \\
\hline
2a^2-3ab+4b^2 & 2a^4-13a^3b+31a^2b^2-38ab^3+24b^4 \\
 & -2a^4+3a^3b-4a^2b^2 \\
\cline{2-2}
 & 0 \quad -10a^3b+27a^2b^2-38ab^3+24b^4 \\
 & \quad +10a^3b-15a^2b^2+20ab^3 \\
\cline{2-2}
 & \quad 0 \quad +12a^2b^2-18ab^3+24b^4 \\
 & \quad -12a^2b^2+18ab^3-24b^4 \\
\cline{2-2}
 & \quad 0 \qquad \textit{División exacta}
\end{array}
$$

5. DIVISIBILIDAD DE UN POLINOMIO EN x ENTRE UN BINOMIO DE LA FORMA x - a

Se llama ***polinomio*** en **x** aquel en que la ***literal*** de este nombre está afectada exclusivamente de ***exponentes enteros*** y ***positivos*** en todos los términos en que participan, en los cuales de una vez establecemos cierto ***orden***, porque su manejo resulta mas sencillo si de preferencia están ***ordenados*** conforme a las ***potencias decrecientes*** de **x** o de **y** ó de **z**, si tuviéramos que emplear estas ***literales***.

Ejemplos:

1) $5x^6-4x^5+3x^4+8x^3+7x^2-13x-6$

2) x^4+8x^2-7

3) x^3-8

Si una ***expresión*** no satisface el requisito de que los ***exponentes*** de la ***literal*** fundamental, sean ***enteros*** y ***positivos***, no debe llamarse ***polinomio***, sino simplemente ***suma de términos***, como es el caso del siguiente ejemplo: $2x^3-3x^2-4x^{\frac{1}{2}}+3$

Al referirnos a la ***división*** de un ***polinomio*** en **x** entre un ***binomio*** de la forma $x-a$; previamente debemos aclarar que dicho ***binomio*** siempre tiene la forma $x-a$, nada más que el número a por si solo, puede ser ***positivo*** o ***negativo*** y esto origina que a veces el signo de liga entre los dos términos del ***binomio*** sea ***positivo*** (**+**) como se ve a continuación.

$$\mathbf{x-(+2)=x-2 \quad ; \quad x-(-3)=x+3}$$

Según lo anterior, dado un ***binomio*** de esta naturaleza, el número **a** siempre debe considerarse con ***signo contrario*** al que tenga en el ***binomio***.

El teorema del residuo. Expresa que el ***residuo*** resultante al ***dividir*** un ***polinomio*** en **x** entre un ***binomio*** de la forma $\mathbf{x-a}$ puede calcularse, sin necesidad de hacer la ***división***; si en el ***polinomio*** sustituimos en el lugar de **x** el número **a**, precisamente tomado con ***signo contrario*** al que tenga el ***binomio***.

Demostración. Para su ***demostración***, supondremos que **p(x)** simboliza a cualquier ***polinomio*** en **x**; que **Q(x)** simboliza, también, al ***polinomio*** en **x** que resulta como ***cociente*** al ***dividir*** el ***polinomio*** en **x** entre el ***binomio*** $\mathbf{x-a}$, y que **R** es el ***residuo*** correspondiente de dicha ***división***.

De acuerdo con esto tendremos:

$$\frac{\mathbf{p(x)}}{\mathbf{x-a}}=\mathbf{Q(x)}+\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{x-a}}$$

Despejando:

$$\mathbf{p(x)}=Q(x)(x-a)+\left(\frac{R}{x-a}\right)(x-a)=\mathbf{Q(x)(x-a)+R}$$

Si en esta última expresión sustituimos a **x** por (**+ a**), obtendremos:

$$p(+a)=Q(+a)(a-a)+R=0+R \quad \therefore \quad \mathbf{R=p(a)}$$

Queda demostrado el ***teorema del residuo***, y que es de gran interés, porque así podremos averiguar anticipadamente si una ***división*** de este tipo, va a ser ***exacta***, cuando el ***residuo*** calculado valga **cero**.

Ejemplos:

1) Aplicando el ***teorema del residuo***, diga si la siguiente ***división*** es ***exacta*** o **no**.

$$\mathbf{\frac{5x^6-4x^5+3x^4+8x^3+7x^2-13x-6}{x+2}}$$

En el ***polinomio*** en **x** se sustituye el número **a**, tomado con ***signo contrario*** al que tenga en el ***binomio***, es decir (**- 2**)

$$\begin{aligned}\mathbf{R}&=p(a)=p(-2)=5(-2)^6-4(-2)^5+3(-2)^4+8(-2)^3+7(-2)^2-13(-2)-6=\\&=5(64)-4(-32)+3(16)+8(-8)+7(4)+26-6=320+128+48-64+28+26-6=\\&=550-70=\mathbf{480} \quad \therefore \quad \mathbf{R=480}\end{aligned}$$

Sin hacer la ***división***, el ***residuo*** es **480**. Para comprobar efectuamos la ***división***:

$$5x^5-14x^4+31x^3-54x^2+115x-243$$

$$x+2 \;\overline{)\,5x^6 \;-4x^5+3x^4 \;-8x^3 \;+7x^2 \;-13x \;-6}$$

$$\underline{-5x^6-10x^5}$$
$$0 \;-14x^5+3x^4$$
$$\underline{+14x^5+28x^4}$$
$$0 \;+31x^4+8x^3$$
$$\underline{-31x^4-62x^3}$$
$$0 \;-54x^3 \;+7x^2$$
$$\underline{+54x^3+108x^2}$$
$$0 \;+115x^2 \;-13x$$
$$-115x^2-230x$$
$$0 \;-243x \;-6$$
$$\underline{+243x+486}$$
$$0 \;+480 = \textbf{\textit{Residuo}} = 480$$

2) Aplicando el ***teorema del residuo***, decir si la ***división*** siguiente es ***exacta*** o ***no***.

$$\frac{5x^6-4x^5+3x^4+8x^3+7x^2-13x-6}{x-1}$$

Aplicando el ***teorema del residuo*** tenemos.

$$\mathbf{R}=p(a)=p(1)=5(1)^6-4(1)^5+3(1)^4+8(1)^3+7(1)^2-13(1)-6=$$
$$=5-4+3+8+7-13-6=23-23=0 \quad \therefore \quad \mathbf{R}=0$$

Comprobación:

$$5x^5+x^4+4x^3+12x^2+19x+6$$

$$x-1 \;\overline{)\,5x^6-4x^5+3x^4+8x^3+7x^2-13x-6}$$

$$\underline{-5x^6+5x^5}$$
$$0 \;+x^5+3x^4$$
$$\underline{-x^5+x^4}$$
$$0+4x^4+8x^3$$
$$\underline{-4x^4+4x^3}$$
$$0 \;+12x^3+7x^2$$
$$\underline{-12x^3+12x^2}$$
$$0 \;+19x^2-13x$$
$$\underline{-19x^2+19x}$$
$$0 \;+6x-6$$
$$\underline{-6x+6}$$
$$0$$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 113 apartados I, II del libro de texto ***EJERCICIOS 4****. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 8º grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:_______________* *Periodo: ________________*

UNIDAD 2. OPEREMOS CON POLINOMIOS ***Objetivo de unidad:*** *Que el alumno sea capaz de Interpretar la realidad valorando y utilizando el lenguaje algebraico de los polinomios, así como proponer soluciones a problemáticas económicas y sociales, a través de los productos y cocientes notables.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
7. Cocientes notables:	✓ *Deducción, explicación y resolución de ejercicios que muestran la aplicación de cocientes notables.*	✓ *Seguridad y confianza al resolver problemas aplicando cocientes notables.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Deducir, explicar y resolver ejercicios que muestran la aplicación de cocientes notables.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
Indicadores de logro. ✓ *Aplica las propiedades de las potencias en la división de polinomios entre monomios y de polinomios entre polinomios.* ✓ *Muestra Seguridad al utilizar y explicar las propiedades de potencia en la división de polinomios.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Cocientes Notables.

Así como encontramos productos que se repiten e muchas operaciones, de la misma manera encontramos cocientes que aparecen continuamente en las operaciones, estos son los cocientes notables.

Cocientes notables

Cociente de la suma o diferencia de potencias iguales de dos cantidades entre la suma o diferencia de las cantidades

P r o c e d i m i e n t o

Criterios de divisibilidad

Criterio 1: La diferencia de dos cantidades con potencias iguales, pares o impares, es divisible por la diferencia de las cantidades. Y, la forma general de su solución está dada por:

$$\frac{a^m - b^m}{a - b} = a^{m-1} + a^{m-2}b + \ldots + ab^{m-2} + b^{m-1}$$

Criterio 2: La diferencia de dos cantidades con igual potencia par, es divisible por la suma de las cantidades. Y, la forma general de su solución está dada por:

$$\frac{a^m - b^m}{a + b} = a^{m-1} - a^{m-2}b + \ldots + ab^{m-2} - b^{m-1}$$

Criterio 3: La suma de dos cantidades con igual potencia impar, es divisible por la suma de las cantidades. Y, la forma general de su solución está dada por:

$$\frac{a^m + b^m}{a + b} = a^{m-1} - a^{m-2}b + \ldots + a^2b^{m-3} - ab^{m-2} + b^{m-1}$$

Criterio 4:

A) La suma de dos cantidades con igual potencia par, **no** es divisible ni por la suma ni por la diferencia de las cantidades. Esto es, cocientes de la forma:

$$\frac{a^m + b^m}{a \pm b}, \text{ donde } m \text{ es par: no son exactos}$$

B) La diferencia de dos cantidades con igual potencia impar, **no** es divisible por la suma de las cantidades. Es decir, cocientes de la forma:

$$\frac{a^m - b^m}{a + b}, \text{ donde } m \text{ es impar: no son exactos}$$

Nota: Se dice que dos expresiones determinadas son divisibles, cuando su división es exacta, esto es, cuando al dividir a una (el dividendo) por la otra (el divisor), el residuo es cero.

Hallar, por simple inspección, el cociente de:

1. $\frac{x^4 - y^4}{x - y}$

Solución:

$$\frac{x^4 - y^4}{x - y} = x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 \qquad \{\text{criterio } 1\}$$

2. $\dfrac{m^5+n^5}{m+n}$

Solución:

$$\frac{m^5+n^5}{m+n}=m^4-m^3n+m^2n^2-mn^3+n^4 \qquad \{\text{criterio3}\}$$

3. $\dfrac{a^5-n^5}{a-n}$

Solución:

$$\frac{a^5-n^5}{a-n}=a^4+a^3n+a^2n^2+an^3+n^4 \qquad \{\text{criterio1}\}$$

4. $\dfrac{x^6-y^6}{x+y}$

Solución:

$$\frac{x^6-y^6}{x+y}=x^5-x^4y+x^3y^2-x^2y^3+xy^4-y^5 \qquad \{\text{criterio2}\}$$

5. $\dfrac{a^6-b^6}{a-b}$

Solución:

$$\frac{a^6-b^6}{a-b}=a^5+a^4b+a^3b^2+a^2b^3+ab^4+b^5 \qquad \{\text{criterio1}\}$$

6. $\dfrac{x^7+y^7}{x+y}$

Solución:

$$\frac{x^7+y^7}{x+y}=x^6-x^5y+x^4y^2-x^3y^3+x^2y^4-xy^5+y^6 \qquad \{\text{criterio3}\}$$

7. $\dfrac{a^7-m^7}{a-m}$

Solución:

$$\frac{a^7-m^7}{a-m}=a^6+a^5m+a^4m^2+a^3m^3+a^2m^4+am^5+m^6 \qquad \{\text{criterio1}\}$$

8. $\dfrac{a^8-b^8}{a+b}$

Solución:

$$\frac{a^8-b^8}{a+b}=a^7-a^6b+a^5b^2-a^4b^3+a^3b^4-a^2b^5+ab^6-b^7 \qquad \{\text{criterio2}\}$$

1. $\dfrac{1+a^3}{1+a}$

Solución:

$$\frac{1+a^3}{1+a}=\frac{(1+a)(1-a+a^2)}{(1+a)}=\frac{\cancel{(1+a)}(1-a+a^2)}{\cancel{(1+a)}};$$

$$\therefore \quad \frac{1+a^3}{1+a}=1-a+a^2.$$

2. $\dfrac{1-a^3}{1-a}$

Solución:

$$\frac{1-a^3}{1-a}=\frac{(1-a)(1+a+a^2)}{(1-a)}=\frac{\cancel{(1-a)}(1+a+a^2)}{\cancel{(1-a)}};$$

$$\therefore \quad \frac{1-a^3}{1-a}=1+a+a^2.$$

3. $\dfrac{x^3+y^3}{x+y}$

Solución:

$$\frac{x^3+y^3}{x+y}=\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)}=\frac{\cancel{(x+y)}(x^2-xy+y^2)}{\cancel{(x+y)}};$$

$$\therefore \quad \frac{x^3+y^3}{x+y}=x^2-xy+y^2.$$

4. $\dfrac{8a^3-1}{2a-1}$

Solución:

$$\frac{8a^3-1}{2a-1}=\frac{(2a-1)(4a^2+2a+1)}{(2a-1)}=\frac{\cancel{(2a-1)}(4a^2+2a+1)}{\cancel{(2a-1)}};$$

$$\therefore \quad \frac{8a^3-1}{2a-1}=4a^2+2a+1.$$

5. $\dfrac{8x^3+27y^3}{2x+3y}$

Solución:

$$\frac{8x^3+27y^3}{2x+3y}=\frac{(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)}{(2x+3y)}=\frac{\cancel{(2x+3y)}(4x^2-6xy+9y^2)}{\cancel{(2x+3y)}};$$

$$\therefore \quad \frac{8x^3+27y^3}{2x+3y}=4x^2-6xy+9y^2.$$

6. $\dfrac{27m^3-125n^3}{3m-5n}$

Solución:

$$\frac{27m^3-125n^3}{3m-5n}=\frac{(3m-5n)(9m^2+15mn+25n^2)}{(3m-5n)}=\frac{\cancel{(3m-5n)}(9m^2+15mn+25n^2)}{\cancel{(3m-5n)}};$$

$$\therefore \quad \frac{27m^3-125n^3}{3m-5n}=9m^2+15mn+25n^2.$$

7. $\dfrac{64a^3+343}{4a+7}$

<u>Solución</u>:

$$\frac{64a^3+343}{4a+7}=\frac{(4a+7)(16a^2-28a+49)}{(4a+7)}=\frac{\cancel{(4a+7)}(16a^2-28a+49)}{\cancel{(4a+7)}};$$

$$\therefore \quad \frac{64a^3+343}{4a+7}=16a^2-28a+49.$$

8. $\dfrac{216-125y^3}{6-5y}$

<u>Solución</u>:

$$\frac{216-125y^3}{6-5y}=\frac{(6-5y)(36+30y+25y^2)}{(6-5y)}=\frac{\cancel{(6-5y)}(36+30y+25y^2)}{\cancel{(6-5y)}};$$

$$\therefore \quad \frac{216-125y^3}{6-5y}=36+30y+25y^2.$$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan en la página 113 apartados III del libro de texto ***EJERCICIOS 4****. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.*